

8° Rally Matematico Transalpino, seconda prova

	<i>Titolo</i>	<i>Livello</i>				<i>Origine</i>	<i>Ambito</i>		
1	In bicicletta	3				SR	logica		
2	Il salvadanaio	3	4			SR	aritmetica		
3	L'orso Yoghi	3	4	5		SI	geometria		
4	Tetramini	3	4	5		SR	geometria, misure		
5	Griglie	3	4	5		SI	aritmetica, geometria		
6	Spazio colore	3	4	5		SR	geometria, combinatoria		
7	L'ascensore		4	5	6	SR	aritmetica, combinatoria		
8	Attraverso la quadrettatura			5	6	7	SR	geometria, misure	
9	Date magiche			5	6	7	8	SR	aritmetica, combinatoria
10	Divisibilità				6	7	8	Praga	aritmetica
11	Gli eredi di Ali Babà				6	7	8	SI	aritmetica, logica
12	Il rapimento di Jasmine				6	7	8	SI	logica
13	La scacchiera				6	7	8	CA	geometria, logica
14	Cubetti al cioccolato					7	8	CA-SR	aritmetica (prop.), algebra
15	Storia di rettangoli						8	PU	geometria, algebra

I problemi del RMT sono protetti da diritti di autore.

Per un'utilizzazione in classe deve essere indicata la provenienza del problema inserendo la dicitura "©ARMT".

Per un'utilizzazione commerciale, ci si può mettere in contatto con i coordinatori internazionali attraverso il sito Internet dell'associazione del Rally Matematico Transalpino (<http://www.armtint.org>).

1. IN BICICLETTA (Cat. 3)

Claudio, Hans, Alfio, Jacky e Giancarlo partecipano ad una gara di biciclette e passano la linea del traguardo uno dopo l'altro.

Claudio arriva dopo Hans ma prima di Alfio.

Giancarlo non è il primo.

Jacky arriva prima di Alfio e dopo Giancarlo.

In quale ordine possono aver tagliato la linea del traguardo?

Indicate tutte le soluzioni che avete trovato.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Logica, negazione
- Spazio e tempo, posizioni relative, seriazione

Analisi del compito

- Leggere ed appropriarsi dell'enunciato
- Rappresentare la situazione con uno schema o un disegno e adattarla considerando simultaneamente le informazioni
- Esprimere le tre soluzioni: $H > C > G > J > A$; $H < G < C < J < A$; $H < G < J < C < A$

Valutazione

- 4 Le tre soluzioni corrette
- 3 Due soluzioni corrette
- 2 Una soluzione corretta
- 1 Una o due soluzioni con inversioni (esempio: $H > G > C > J > A$)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3

Origine: Suisse romande

2. IL SALVADANAIO (Cat. 3, 4)

Matilde ha 42 euro nel suo salvadanaio. Compera gli ultimi due CD delle Spice Girls e le rimangono 16 euro. Ora per comperare il poster delle Spice Girls, che desidera tanto, le mancano 5 euro.

Quanto costa un CD?

Quanto costa il poster delle Spice Girls?

Spiegate come avete trovato le risposte.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: addizione e sottrazione, divisione

Analisi del compito

- Rendersi conto che c'è una relazione additiva tra il prezzo dei due CD, i 42 Euro del salvadanaio e il resto di 16 Euro e calcolare la differenza tra gli ultimi due $42 - 16 = 26$
- Dedurre che il prezzo di un CD è di 13 Euro
- Rendersi conto che il prezzo del poster è anche in relazione additiva tra il resto e l'importo mancante ed effettuare l'addizione $16 + 5 = 21$

Valutazione

- 4 Le due risposte corrette: 13 euro il CD e 21 Euro il poster, con spiegazioni
- 3 Risposta "26 precisando che si tratta dei due CD" e "21 per il poster", con spiegazioni
- 2 Risposta "26" senza dire che si tratta dei due CD (spiegazione incompleta) e "21" oppure "13 e 21 ", senza spiegazioni, oppure un errore di calcolo per uno dei prezzi oppure un solo prezzo trovato, con spiegazioni
- 1 Solo un prezzo trovato, senza spiegazione soddisfacente
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3 - 4

Origine: Suisse romande

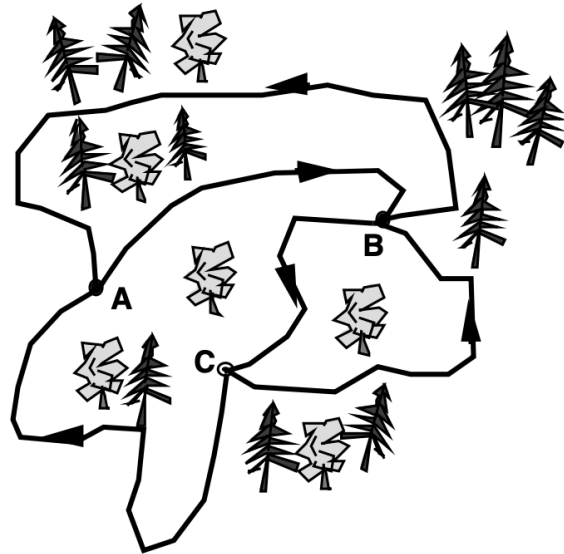
3. L'ORSO YOGHI (Cat. 3, 4, 5)

Nella foresta di Yoghi, ci sono cinque sentieri che collegano tra loro le sue tre riserve di miele, A, B e C.

Yoghi desidera percorrere i cinque sentieri, nel senso indicato dalle frecce, passando una sola volta per ciascun sentiero.

Quali sono i differenti percorsi che Yoghi potrà fare?

Descriveteli con precisione.



ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: localizzazione, percorsi orientati
- Logica

Analisi del compito

- Comprendere, dopo qualche tentativo, che non si può partire da un punto qualunque della rete
- Osservare che il solo punto di partenza possibile è C, perché, partendo da A o da B, non si può passare una sola volta da ciascun sentiero nel senso indicato dalle frecce
- Costatare poi che ci sono tre percorsi possibili a partire da C, che terminano ciascuno in A: C-A-B-C-B-A; C-B-A-B-C-A e C-B-C-A-B-A
- Trovare un modo per descrivere i percorsi, con l'aiuto delle lettere A, B, e C (come sopra) o con dei tratti di colori differenti sul medesimo disegno o con tre disegni diversi, con indicazione dei punti di partenza e di arrivo

Valutazione

- 4 Risposta completa: i tre percorsi e la loro descrizione precisa (compreso inizio e arrivo)
- 3 Due percorsi trovati, con la loro descrizione
- 2 Un solo percorso trovato e descritto completamente o due o tre percorsi, non completamente descritti
- 1 Un solo percorso trovato, ma descritto in modo incompleto
- 0 Incomprensione

Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Siena - Incontro di Siena

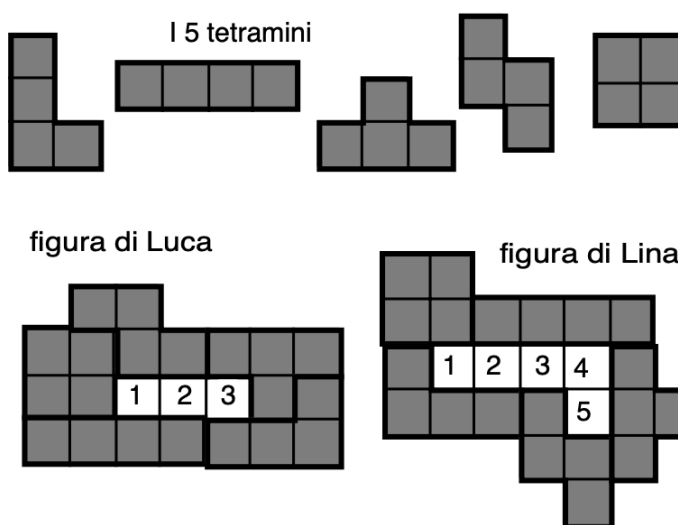
4. TETRAMINI (Cat. 3, 4, 5)

Utilizzando i suoi 5 tetramini grigi (composti ognuno da 4 quadratini) Luca ha racchiuso una figura bianca composta di 3 quadratini.

Con gli stessi pezzi, Lina riesce a racchiudere una figura bianca più grande, composta da 5 quadratini.

Provate a sistemare i 5 tetramini in modo da racchiudere una figura bianca composta dal più grande numero possibile di quadratini.

Disegnate la vostra soluzione.



Attenzione: perché la vostra soluzione sia valida bisogna che ogni tetramino tocchi i suoi vicini almeno con il lato di un quadratino

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria
- Misure (pavimentazione)

Analisi del compito

- Organizzazione di una ricerca ottimale, con disegni su fogli quadrettati o con ritaglio dei tetramini, rispettando la consegna
- Disegno della soluzione

Valutazione

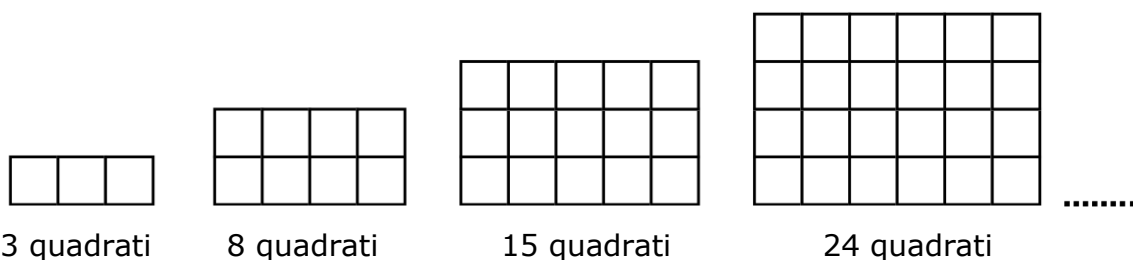
- 4 Risposta ottimale "9 quadratini", con disegno preciso rispettando le consegne
- 3 Risposta "9 quadratini" con disegno poco preciso oppure risposta "7 o 8 quadratini" con disegno preciso
- 2 Risposta "7 o 8 quadratini" con disegno poco preciso oppure risposta "6 quadratini" con disegno preciso
- 1 Risposta "6 quadratini" con disegno poco preciso oppure risposta "5 quadratini" con disegno preciso, diverso dalla soluzione di Lina, oppure disposizione che non rispetta le regole di contatto
- 0 Risposta "5 quadratini", soluzione di Lina oppure incomprensione del problema

Livello: 3 - 4 -5

Origine: Suisse romande

5. GRIGLIE (Cat. 3, 4, 5)

Da una griglia all'altra, si aggiunge una riga e una colonna di quadrati.



Continuando così, si troverà una griglia di 120 quadrati?

E una griglia di 240 quadrati?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: scomposizione in due fattori o prodotto di due numeri
- Geometria: rettangolo e area

Analisi del compito

- Comprendere la regola di formazione della successione e che le griglie sono di dimensioni n e $n + 2$:
(1;3), (2;4), (3;5), ..
- Calcolare i differenti prodotti successivi fino a 10×12 poi 15×17 ,
o disegnare le griglie, dalla quinta alla decima e immaginare i passi successivi
o cercare di scomporre 120 nel prodotto di due fattori di cui uno vale 2 più dell'altro
- Rendersi conto che 240 non è nella successione (sebbene 24 e 120 ci siano)

Valutazione

- 4 Le due risposte corrette: sì (10×12) e no, con disegni o giustificazione per mezzo di prodotti (per esempio: $14 \times 16 = 224 < 240 < 15 \times 17 = 255$) o scrittura della successione 3, 8, 15, 24, ... 255
- 3 Le due risposte giuste, con spiegazione non convincente per la seconda
- 2 Le due risposte giuste, ma senza spiegazione per la seconda (come se la risposta fosse a caso)
- 1 Inizio di ragionamento corretto, ma senza risposte giuste o risposta "sì, sì" con inizio di spiegazione per la prima
- 0 Incomprensione o risposta "sì, sì" senza alcuna spiegazione

Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Siena - Incontro di Siena

6. SPAZIO COLORE (Cat. 3, 4, 5)

La galleria di pittura *Spazio Colore* ha deciso di adottare una nuova insegna (vedere disegno).

Si prevede di colorare la parte superiore dell'insegna nel modo seguente:

1 quadrato giallo, 2 quadrati blu e 2 quadrati rossi.

Due quadrati che si toccano non devono essere dello stesso colore.



Quanti modi diversi esistono per colorare questa insegna?

Disegnate oppure descrivete tutte le soluzioni possibili.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Combinatoria, elencazione
- Geometria

Analisi del compito

- Trovare alcune colorazioni possibili
- Organizzare sistematicamente l'elenco, per esempio lasciando fisso il giallo in una casella:
g-r-b-r-b, g-b-r-b-r poi r-g-b-r-b, b-g-r-b-r poi r-b-g-r-b, r-b-g-b-r, b-r-g-r-b, b-r-g-b-r, e rendersi conto che ci sono quattro combinazioni quando il giallo è nella casella centrale e due quando è nelle altre. In totale: $(4 \times 2) + 4 = 12$
- Oppure disegnare tutte le possibilità

Valutazione

- 4 La risposta corretta: le 12 soluzioni descritte
- 3 10 o 11 soluzioni diverse descritte (una o due soluzioni dimenticate oppure soluzioni "doppie")
- 2 da 6 a 9 soluzioni diverse
- 1 da 1 a 5 soluzioni diverse, descritte oppure risposta "12" senza descrizioni
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Concorso "Espace mathématique" (Suisse romande) – Incontro di Siena

7. L'ASCENSORE (Cat. 4, 5, 6)

Nell'ascensore di uno stabile un piccolo cartello indica

Carico massimo
4 persone, 290 kg.

A pianterreno ci sono 11 amici che aspettano di salire al ventesimo piano con l'ascensore:

Alan, 105 kg	Berta, 58 kg	Carolina, 46 kg	Daniele, 76 kg
Erico, 73 kg	Francesco, 90 kg	Gina, 31 kg	Leo, 125 kg
Mario, 87 kg	Nathalie, 81 kg	Roberto, 95 kg	

Quali sono gli amici che devono salire assieme per fare il minor numero possibile di viaggi?

Spiegate la vostra soluzione.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: addizione
- Combinatoria

Analisi del compito

- Trovare per tentativi delle somme vicine, appena inferiori o uguali, a 290
- Calcolare la somma totale (867 kg) e rendersi conto che 3 viaggi potrebbero bastare per trasportare le 11 persone ma che si dispone solo di un margine massimo di 3 kg
- Annotare le possibilità:
Alan, Roberto, Berta e Gina $105 + 95 + 58 + 31 = 289$
Nathalie, Daniele, Carolina e Mario $81 + 76 + 46 + 87 = 290$
Francesco, Leo ed Erico $90 + 125 + 73 = 288$

Valutazione

- 4 La risposta corretta: il dettaglio delle ripartizioni su ogni ascensore per i 3 viaggi, con le addizioni
- 3 La risposta corretta ma con spiegazione incompleta (solamente i nomi o solamente le addizioni)
- 2 Risposta corretta ma con errore di calcolo nelle addizioni oppure risposta di 4 viaggi, con dettaglio e spiegazione delle addizioni
- 1 Inizio corretto di ragionamento
- 0 Incomprensione del problema

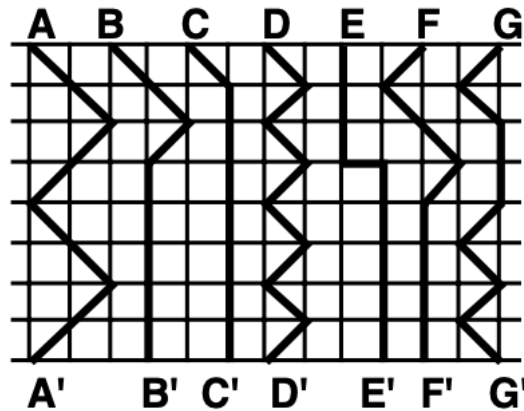
Livello: 4 - 5 - 6

Origine: Suisse romande

8. ATTRAVERSO LA QUADRETTATURA (Cat. 5, 6, 7)

Andrea, Berta, Carlo, Denise, Emilio, Francesco e Giorgia hanno scelto ognuno un percorso per attraversare la quadrettatura.

Andrea è partito da **A** per arrivare ad **A'**, Berta da **B** a **B'**, ecc.



Elencate questi percorsi dal più corto al più lungo.

Indicate come avete stabilito l'ordine dei percorsi e spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria
- Misure di lunghezza (confronti, distanze)

Analisi del compito

- Procedere misurando i percorsi o contando le unità (lati e/o diagonali dei quadrati della griglia)
- Distinguere le unità "lati" dalle unità "diagonali" e contarle separatamente
- Effettuare "scambi" o "compensazioni" di unità
- Trovare un metodo di confronto dei percorsi C, E e B (per accostamento, ingrandimento e misura, confronto linea retta/linea poligonale, ...)

Valutazione

- 4 La risposta corretta con il dettaglio delle "unità"
 $C(7l + 1d) < E(9l) < B(5l + 3d) < F(3l + 5d) < G(2l + 6d) < D(8d) = A(8d)$
oppure le misure, approssimate al millimetro, dopo ingrandimento
- 3 La risposta corretta basata su delle misure prese dal disegno o da un ingrandimento
oppure un'inversione (con dettagli)
- 2 Due inversioni con dettagli oppure risposta corretta senza dettagli
- 1 Alcuni elementi dell'elenco corretto senza distinzione delle unità l e d
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 5 - 6 - 7

Origine: Suisse romande

9. DATE MAGICHE (Cat. 5, 6, 7, 8)

L'11 settembre 1999 era una data magica poiché scrivendolo nella forma "11.9.99", il prodotto dei due primi numeri è uguale al terzo numero: $11 \times 9 = 99$.

Indicate le altre date magiche a partire dalla prima prova del primo Rally matematico transalpino, il 6 febbraio 1993, fino ad oggi.

Spiegate come avete fatto per trovare tutte queste date.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: moltiplicazione
- Combinatoria: enumerazione sistematica

Analisi del compito

- Comprendere e verificare la definizione di "data magica"
- Trovare alcune altre date magiche con tentativi non ordinati
- Cercare un metodo che permetta di allestire un inventario sistematico di date magiche partendo dalla scomposizione in fattori dei numeri da 93 a 99 in prodotti i cui fattori sono compatibili con la definizione: il primo da 1 a 28, 29, 30 oppure 31 (giorno), il secondo da 1 a 12 (mese):
 $31 \times 3 = 93$, $19 \times 5 = 95$, $24 \times 4 = 16 \times 6 = 12 \times 8 = 8 \times 12 = 96$, $14 \times 7 = 98$, $11 \times 9 = 9 \times 11 = 99$, cioè 8 date diverse da quella proposta
- Dire che il metodo scelto è esaustivo, per ogni anno (nessuna data nel 97 poiché questo numero è primo e superiore a 30, prodotti cancellati nella lista dei tentativi sistematici, ...)
- Trascrizione delle possibilità in date

Valutazione

- 4 Le altre 8 date (oppure le 9) con spiegazione dell'esaustività (esame sistematico, anno dopo anno, in funzione dei divisori dell'anno: 94 non possibile perché $47 > 31$, ecc.)
- 3 Le 8 date, ma con spiegazioni incomplete oppure 6 o 7 date con spiegazioni dell'esaustività oppure le 8 date e una data supplementare, ma impossibile
- 2 6 oppure 7 date, ma con spiegazioni incomplete oppure 4 o 5 date con spiegazione dell'esaustività oppure le 8 date e più di una data supplementare, ma impossibile
- 1 Da 1 a 4 date, con o senza spiegazioni
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 5 - 6 - 7 - 8

Origine: Suisse romande - Incontro di Siena

10. DIVISIBILITÀ (Cat. 6, 7, 8)

Dalla tabella dei numeri naturali con tre cifre (da 100 a 999), Michela ha cancellato tutti i numeri divisibili per 10, tutti i numeri divisibili per 5 e tutti i numeri divisibili per 11.

Quanti numeri restano nella tabella?

Spiegate il vostro ragionamento

ANALISI A PRIORI**Analisi concettuale**

- Aritmetica (multipli, divisori)

Analisi del compito

- Appropriarsi della situazione, capire che ci sono 900 numeri in gioco, dai quali bisogna togliere tutti i multipli di 5, di 10 e di 11
oppure costruire una tabella dei numeri
- Comprendere che certi multipli sono comuni (i multipli di 10 sono multipli di 5) e che non bisognerà eliminarli due volte
- Cercare il numero dei multipli di 5 (180) e il numero dei multipli di 11 (81)
- Cercare il numero dei multipli comuni a 5 e 11 (multipli di 55), da 110 a 990 (17)
- Effettuare l'operazione: $900 - 180 - 81 + 17 = 656$

Valutazione

- 4 La risposta corretta (656), con spiegazioni dettagliate
- 3 La risposta corretta senza spiegazioni
- 2 Risposta non lontana da quella corretta (esempio: errore nel calcolare il numero di multipli di 5 o di 11), con spiegazioni
- 1 Risposta non lontana da quella corretta, senza spiegazioni, oppure risposta più lontana da quella corretta (esempio: errore nel calcolare il numero di multipli di 10), con spiegazioni
- 0 Risposta con errori più gravi, oppure incomprensione del problema

Livello: 6 - 7 - 8

Origine: Praga, incontro di Siena

11. GLI EREDI DI ALÌ BABÀ (Cat. 6, 7, 8)

Gli eredi di Alì Babà sono i suoi tre nipoti. Nel testamento del loro zio, è scritto che essi devono recarsi davanti alla famosa caverna nella quale troveranno 33 vasi tutti uguali:

- 11 pieni di monete d'oro
- 11 riempiti fino a metà di monete d'oro
- 11 vuoti

Ciascuno dovrà avere lo stesso numero di vasi e la stessa quantità di monete senza effettuare travasi. Essi non potranno toccare niente prima di essersi messi d'accordo, ad alta voce, sul modo di suddividersi i vasi, altrimenti la porta della caverna non si aprirà.

In quanti modi i tre nipoti potranno ripartirsi equamente l'eredità di Ali Babà?

Indicateli con precisione e spiegate come li avete trovati.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: addizioni, divisioni, frazioni
- Logica: organizzazione di un elenco esaustivo

Analisi del compito

- Osservare che ogni nipote dovrà ricevere 11 vasi e l'equivalente di 11 mezzi vasi in monete d'oro, o 5,5 vasi pieni (16,5:3)
- Procedere per tentativi organizzati rispettando le consegne sul numero di vasi e sulle quantità (stesso numero di vasi vuoti e di vasi pieni, non più di 5 vasi pieni, ...) e arrivare ad un elenco esaustivo del tipo:

gruppi di soluzioni	I	II	III	IV
vasi pieni	3 3 5	1 5 5	2 4 5	3 4 4
vasi mezzi pieni	5 5 1	9 1 1	7 3 1	5 3 3
vasi vuoti	3 3 5	1 5 5	2 4 5	3 4 4

- Verificare che non ci sono altre soluzioni

Valutazione

- 4 Risposta completa, i 4 gruppi, con spiegazione
- 3 Risposta completa senza spiegazione o 3 gruppi con spiegazione
- 2 3 gruppi senza spiegazione o 2 gruppi con spiegazione
- 1 2 gruppi senza spiegazione o 1 solo gruppo con o senza spiegazione
- 0 Incomprensione del problema

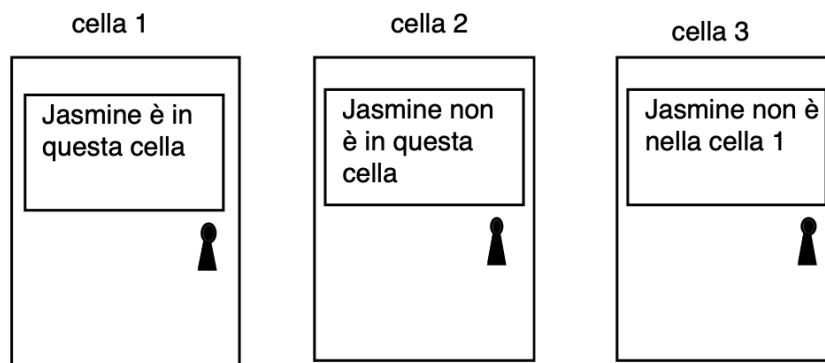
Livello: 6 - 7 - 8

Origine: Siena – Incontro di Siena

12. IL RAPIMENTO DI JASMINE (Cat. 6, 7, 8)

Il terribile Jafar ha rapito la principessa Jasmine e la tiene prigioniera in una delle tre celle del suo palazzo.

Aladin, accorso per liberare Jasmine, si trova di fronte alle porte delle tre celle, recanti ciascuna una indicazione delle quali sola una è vera.



Aladin sa di poter aprire una sola cella prima che arrivino le guardie

Quale porta dovrà aprire Aladin per trovare Jasmine?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica

Analisi del compito

- Procedere per tentativi verificando ogni volta se l'ipotesi fatta è o no coerente con le condizioni indicate sulle porte
- Comprendere così che Jasmine non può essere nella cella 1, perché le affermazioni 1 e 2 sarebbero vere entrambe
- Escludere anche che Jasmine sia nella cella 3, perché le indicazioni 2 e 3 sarebbero vere tutte e due
- Verificare che, se Jasmine è nella cella 2, solo l'indicazione 3 è vera e concludere che è la porta 2 che Aladin deve aprire
- O constatare che le indicazioni 1 e 3 sono una la negazione dell'altra e che una delle due deve essere vera, di conseguenza l'indicazione 2 è certamente falsa e, quindi, Jasmine deve essere dentro la cella 2

Valutazione

- 4 Risposta giusta (cella 2) e ben argomentata
- 3 Risposta giusta con spiegazione poco chiara o risposta non esplicita con spiegazione che Jasmine non può essere né dentro la cella 1 né dentro la 3
- 2 Errore dovuto alla contrapposizione tra il valore di verità dell'indicazione 2 e l'effettiva presenza di Jasmine nella cella 2
- 1 Risposta giusta senza alcuna spiegazione o inizio corretto di ragionamento
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 6 - 7 - 8

Origine: Siena - Incontro di Siena

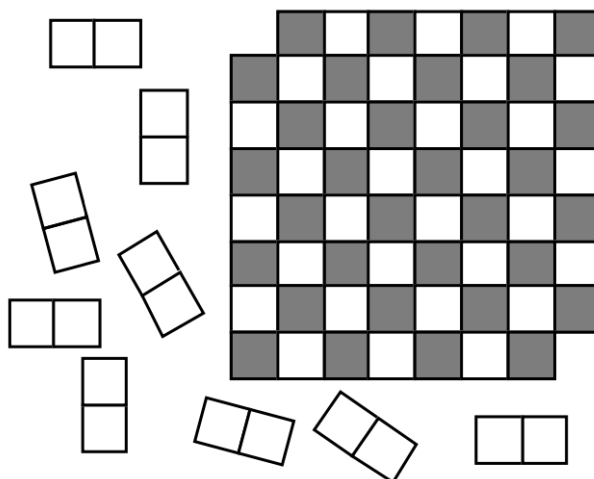
13. LA SCACCHIERA (Cat. 6, 7, 8)

Da una scacchiera abbiamo tagliato due caselle situate ai due angoli opposti.

Anna prova a ricoprire ciò che resta della scacchiera con dei domino composti da due quadrati della stessa misura delle caselle della scacchiera.

Anna non riesce a ricoprire esattamente questa scacchiera mutilata.

Spiegate perché non ci riesce.

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Geometria: ricoprimenti
- Logica

Analisi del compito

- Tentare alcuni ricoprimenti e constatare che non è possibile
- Tentare con scacchiere di 2×2 , 4×4 , ... e constatare che restano sempre due caselle nere che non si possono ricoprire
- Constatare che ogni domino ricopre una casella bianca e una nera, che ci sono 62 caselle da ricoprire, delle quali 32 nere e 30 bianche e che 31 domino ricoprono 31 caselle di ogni colore, da ciò l'impossibilità

Valutazione

- 4 Spiegazione perfetta basata sull'uguaglianza del numero di caselle di ogni colore ricopribili con dei domino
- 3 Spiegazione approssimativa (con l'idea delle coppie, ma mal espressa)
- 2 Spiegazione basata su tentativi rappresentati (disegni, scacchiere più piccole ...)
- 1 Impossibilità, senza spiegazione oppure del tipo "abbiamo provato ma non funziona"
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 6 - 7 - 8

Origine: Cagliari e "Espace mathématique" (Valais, Suisse romande)

14. CUBETTI AL CIOCCOLATO (Cat. 7, 8)

La pasticceria *Dolcezze* produce due qualità di cubetti al cioccolato, alcuni sono al cioccolato nero, altri sono al liquore, con un spazio libero all'interno.

Tutti i cubetti hanno esattamente le stesse dimensioni esterne. Essi sono contenuti in scatole identiche che riempiono completamente. Una scatola piena di cubetti al liquore pesa 220 grammi e una scatola piena di cubetti neri pesa 270 grammi.

Una scatola piena, contenente dei cubetti neri e dei cubetti al liquore, pesa 235 grammi. La differenza fra il numero delle due qualità di cubetti è di 16.

Quanti cubetti di ogni qualità ci sono in questa scatola?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: proporzionalità
- Algebra: risoluzione di un sistema di equazioni

Analisi del compito

- Capire che c'è una relazione di linearità tra il numero dei cubetti neri (i più pesanti) e il "supplemento di massa":

numero di cubetti neri:	0	n?	T/2	T
				(n. totale di dadini)
numero di cubetti al liquore:	T	T-n	T/2	0
supplemento di massa (in g):	0	15	25	50
massa della scatola piena (in g):	220	235	245	270

e dedurre che la scatola contiene più cubetti al liquore che cubetti neri poiché 235 è più vicino a 220 che a 270 e calcolare i due scarti: 15 (235 - 220) e 35 (270 - 235)

- Calcolare le parti dei cubetti neri e di quelli al liquore, proporzionali rispettivamente a 15 e 35, oppure dedurre che i neri rappresentano i $15/50 = 3/10$ di tutto e i cubetti al liquore $35/50 = 7/10$
- La differenza tra i due tipi di cubetti è di $4/10$, e corrisponde a 16 cubetti. Di conseguenza nella scatola ci sono 40 cubetti in tutto: 28 al liquore e 12 neri.
- Ci sono ancora altri ragionamenti aritmetici possibili, basati sulla proporzionalità
- Si può anche procedere per tentativi successivi
- Inoltre si può trovare la soluzione con l'algebra risolvendo per esempio il sistema:

$$n \times 50/T = 15 \text{ e } (T - n) - n = 16$$

Valutazione

- 4 La risposta corretta (12 neri, 28 "al liquore" e 40 in totale) con spiegazione (tentativi, procedura o prova)
- 3 La risposta completa senza spiegazioni convincenti (trovata con tentativi non giustificati) o risposta parziale giustificata (solamente "12 neri")
- 2 Ripartizione proporzionale a 3 e 7 (15 e 35) senza rispettare lo scarto di 16
- 1 Risposta corretta, senza spiegazione o inizio di risoluzione
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 7 – 8

Origine: Cagliari, Suisse romande

15. STORIA DI RETTANGOLI (Cat. 8)

Da un foglio di cartone si ritagliano 2 rettangoli.

Il primo pesa 48 grammi e il secondo 30 grammi.

La lunghezza del secondo corrisponde ai $\frac{3}{4}$ della lunghezza del primo.

La larghezza della seconda misura 10 cm.

Qual è la larghezza del rettangolo grande?

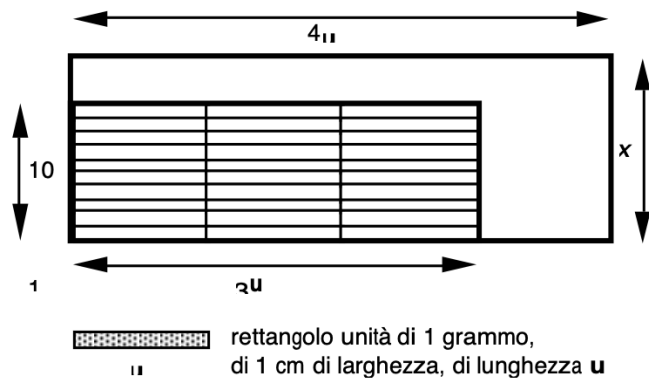
Spiegate la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Geometria: rettangolo
- Algebra: risoluzione di un'equazione

Analisi del compito

- Comprendere che l'area dei rettangoli è proporzionale al loro peso e che il rapporto fra le aree del primo e del secondo è $\frac{48}{30} = \frac{8}{5}$
 - Poiché il rapporto delle lunghezze è $\frac{4}{3}$, il rapporto k delle larghezze sarà tale che $\frac{4}{3} \times k = \frac{48}{30}$ e dedurre che $k = \frac{48}{30} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{5}$
 - Di conseguenza la larghezza della prima misura $\frac{6}{5} \times 10 = 12$
 - Con un metodo aritmetico-geometrico, il problema si risolve così: se l'area del grande fosse di 48 unità d'area, corrispondente ognuna ad un rettangolo unità (di 1 grammo, di larghezza 1 cm e di lunghezza u cm) l'area del piccolo sarebbe di 30.
- Le 30 unità d'area del piccolo si ripartiscono sul piccolo rettangolo di 10 cm di larghezza, con lunghezza $3u$ (sconosciuta).
- La lunghezza del rettangolo grande, che è $\frac{4}{3}$ di quella del piccolo avrà dunque una lunghezza di $4u$. Con un'area totale di 48, ciò rappresenta $x = 12$ cm di larghezza
- Ci sono ancora altri metodi possibili che fanno capo a delle rappresentazioni geometriche, ma non si troveranno le lunghezze dei rettangoli, se non si tiene conto del fatto che esse dipendono dal peso del cartone per unità d'area, ciò che non è espresso esplicitamente nell'enunciato.

**Valutazione**

- 4 Risposta corretta (12 cm di larghezza) con spiegazioni complete
- 3 Risposta corretta con spiegazioni incomplete
- 2 Risposta corretta, senza spiegazioni coerenti oppure con errori di calcolo
- 1 Inizio corretto di ragionamento
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 8

Origine: Suisse romande e Puno (lago Titicaca)