

	Titolo	Livello	Origine	Ambito
1	Bersaglio moltiplicatore	3 4	RZ	Somma del triplo dei numeri
2	Alle giostre	3 4	GTCP	Disposizioni di 3 elementi di cui uno preso una volta e l'altro due volte
3	La striscia di carta	3 4 5	GTGE	Serie periodica su un prisma
4	Tre foto su una pagina	3 4 5	GTCP	Perimetro di tre quadrati
5	Carte di animali	3 4 5	SI	Aritmetica, $3n + 3 = 17 + n$
6	Il fermacarte svizzero	4 5 6	GTGE	Conteggio di cubi in 3D
7	Bilancia a due bracci	5 6 7	UD	Uguaglianza di masse su una bilancia a due piatti.
8	La mareggiata (I)	5 6 7	MI	Multipli $12 \quad n = 16(n - 2)$
9	Le tre formiche	5 6 7	GTAL	Tre equazioni in N
10	I cinque rettangoli (I)	6 7	BB	Perimetro di un rettangolo composto da 4 rettangoli
11	Una grande scuderia (I)	6 7	GTAL	Trovare n tale che $900 < n^2 < 1100$
12	La piastrellatura	6 7 8	BL	Pavimentazione di un rettangolo con rettangoli simili
13	La piscina	7 8 9 10	GTGP	Piastrelle sul contorno di una piscina di cui si conosce l'area ed è possibile trovare il perimetro
14	Cioccolatini	8 9 10	RV	Trovare la somma di 5 numeri di cui si conoscono 5 somme parziali
15	Una grande scuderia (II)	8 9 10	GTAL	Trovare n tale $900 < n^2 + n < 1100$
16	La mareggiata (II)	8 9 10	GTAL	Multipli di 16: $16(n - 2) = n(n + 4)$
17	I cinque rettangoli (II)	8 9 10	BB	Rettangolo di area massima composto da 4 rettangoli di perimetro dato
18	Un mosaico del Marocco	8 9 10	G0A0	Pavimentazione
19	Disegno che passione	9 10	SI	Algebra: soluzione di un sistema di 2 equazioni a 3 incognite

I problemi del RMT sono protetti da diritti di autore.

Per un'utilizzazione in classe deve essere indicata la provenienza del problema inserendo la dicitura "©ARMT".

Per un'utilizzazione commerciale, ci si può mettere in contatto con i coordinatori internazionali attraverso il sito Internet dell'associazione del Rally Matematico Transalpino (<http://www.armtint.org>).

1. BERSAGLIO MOLTIPLICATORE (Cat. 3, 4)

Al luna park di Isola Fiorita c'è un bersaglio un po' particolare.

Quando si colpisce il bersaglio, si ottiene un punteggio che è uguale al triplo del numero scritto nella zona su cui arriva la freccetta.



Ad ogni partita ogni giocatore lancia 3 frecce e poi calcola il totale dei punti ottenuti.

Giacomo e Laura si sfidano e fanno una partita.

Alla fine della partita Giacomo e Laura hanno ottenuto lo stesso punteggio: 27 punti.

Le sei frecce lanciate hanno raggiunto tutte il bersaglio, ma ogni freccetta ha colpito una zona diversa del bersaglio.

Una delle frecce di Laura ha colpito la zona con il numero più alto.

In quali zone sono arrivate le frecce di Giacomo? E quelle di Laura?

Mostrate i calcoli che avete fatto per rispondere alle domande.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Cercare due terne di numeri (da 0 a 7), tutti diversi tra loro, che abbiano come triplo della loro somma un numero dato (27).

Analisi del compito

- Comprendere il testo ed appropriarsi della situazione e delle regole del gioco: le sei frecce raggiungono sei zone diverse (due non saranno raggiunte); il punteggio ottenuto sarà il triplo dei numeri scritti 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 o 21; ciascun giocatore deve ottenere il punteggio 27 con tre frecce; Laura ha raggiunto la zona con il numero 7 e ottiene perciò un punteggio di 21 con una delle sue frecce.
- Comprendere che si tratta di cercare due volte tre numeri diversi (due terne), tra i numeri dei punteggi scritti qui sopra e la cui somma sia 27
 - la prima terna con il punteggio 21 (per Laura) è determinata in modo univoco: c'è una sola soluzione ($21 + 0 + 6 = 27$);
 - la seconda terna da scegliere tra i numeri rimasti 3, 9, 12, 15 o 18 è anch'essa determinata ($3 + 9 + 15 = 27$).
- Riprendere i numeri scritti nelle varie zone per avere le due risposte: (0, 2, 7) per Laura e (1, 3, 5) per Giacomo.

Oppure

- Procedere in modo analogo considerando le terne di numeri la cui somma sia 9, un terzo di 27, senza dover fare il triplo di ciascuno.

Oppure

- Procedere per tentativi.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (per Laura: $0 - 7 - 2$ e per Giacomo: $1 - 3 - 5$) (non ha importanza l'ordine in cui i numeri vengono scritti) con esplicitazione di tutti i calcoli effettuati (sufficiente anche la sola verifica)

- 3 Risposta corretta, ma non tutti i calcoli sono esplicitati
oppure indicati i punteggi invece dei numeri delle zone: (0 , 6 , 21) per Laura e (3 , 9 , 15) per Giacomo, con calcoli esplicitati
oppure risposta corretta per uno dei due amici ed errata l'altra per errore di calcolo, con esplicitazione dei calcoli
- 2 Risposta corretta senza spiegazione
oppure risposta corretta per uno dei due amici ed errata l'altra per il mancato rispetto di una delle condizioni
- 1 Risposta corretta solo per uno dei due amici
oppure indicati i punteggi invece dei numeri delle zone per uno solo dei bambini
oppure tentativi che mettono in luce la comprensione della situazione
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4

Origine: Rozzano

2. ALLE GIOSTRE (Cat. 3, 4)

In città sono arrivate le giostre e ci sono anche tre giochi divertenti:

- il gioco delle freccette (F) da lanciare verso un bersaglio;
- il gioco dei birilli (B);
- il gioco della pesca delle anatre (A).

Oggi si possono acquistare biglietti in offerta speciale, biglietti che permettono di fare tre partite a due giochi diversi: due volte ad uno stesso gioco ed una volta ad un altro gioco secondo l'ordine scritto nei biglietti.

Per esempio, ecco alcuni biglietti:

FFA → per giocare due volte di seguito alle freccette e poi una volta alla pesca delle anatre;

FAF → per fare gli stessi giochi, ma in un ordine diverso (prima le freccette, poi la pesca delle anatre e poi di nuovo le freccette);

BAA → per una prima partita al gioco dei birilli e poi due partite di seguito alla pesca delle anatre.

I 20 alunni della classe quinta della vicina scuola decidono di approfittare dell'offerta speciale e di fare tre partite ripetendo due volte uno stesso gioco.

Questi alunni potranno avere biglietti tutti diversi tra loro?

Dite perché e mostrate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare le disposizioni di tre elementi diversi uno dei quali si ripete due volte.

Analisi del compito

- Comprendere che
 - l'ordine con cui sono stati fatti i giochi è simbolizzato con lettere dell'alfabeto;
 - ogni bambino farà due giochi uno dei quali sarà ripetuto
 - non è possibile fare tre volte lo stesso gioco
 - due biglietti, come mostrano gli esempi, sono diversi anche se hanno gli stessi giochi, ma un ordine diverso
- Capire che è necessario cercare tutte le diverse possibilità di organizzare le lettere tenendo conto anche dell'ordine in cui sono stati svolti i giochi.
- Individuare le combinazioni in maniera non organizzata oppure organizzando la ricerca, per esempio ripetere due volte la lettera A ed inserire una delle altre due (B e F) o nella prima o nella seconda o nella terza posizione (BAA – ABA – AAB – FAA – AFA – AAF) e poi procedere nello stesso modo ripetendo due volte la lettera B e la lettera F.
- Si ottengono così le 18 (3×6) combinazioni possibili: BAA - ABA - AAB - FAA - AFA - AAF - BFF - FBF - FFB - AFF - FAF - FFA - ABB - BAB - BBA - FBB - BFB - BBF.
- Dedurre quindi che non ci potranno essere 20 biglietti diversi per la classe.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta “Non potranno avere 20 biglietti diversi perché ce ne sono solo 18” o espressioni equivalenti con elenco dei 18 biglietti diversi (o 15 escludendo gli esempi)
- 3 Risposta corretta indicando da 14 a 17 biglietti corretti diversi (o da 11 a 14 esclusi gli esempi) oppure risposta “Sì ...” perché trovati da 20 a 22 biglietti di cui 18 (o 15 escludendo gli esempi) sono corretti
- 2 Risposta corretta con la dichiarazione che ci sono 18 biglietti diversi, ma senza elencarli oppure risposta corretta indicando da 10 a 13 biglietti diversi (o da 7 a 10 esclusi gli esempi) oppure risposta “Sì ...” perché trovati più di 22 biglietti di cui 18 (o 15 escludendo gli esempi) sono corretti
- 1 Risposta corretta indicando meno di 10 biglietti corretti diversi oppure risposta “Sì ...” perché trovati più di 20 biglietti (anche se non ci sono tutti i biglietti corretti e molti sono ripetuti)

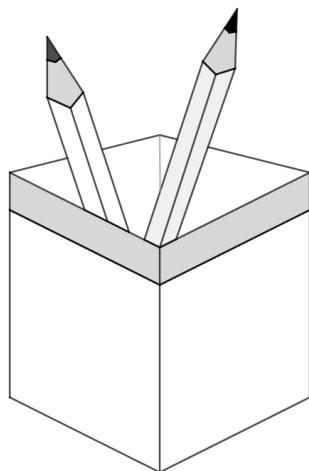
- 0 Incomprensione del problema
oppure meno di quattro biglietti corretti
oppure solo risposta “No” o “Si” senza alcuna spiegazione

Livello: 3, 4

Origine: Gruppo Calcolo e proporzionalità (GTCP)

3. LA STRISCIA DI CARTA (Cat. 3, 4, 5)

Rosa ha un nuovo portamatite con quattro facce uguali e con un bordo grigio nella parte alta, come quello rappresentato nell'immagine.



Rosa decora il bordo grigio con una striscia di carta sulla quale disegna dei simboli. Ecco l'inizio del suo lavoro



Quando arriva alla stellina, Rosa ricomincia con il quadrato per poi proseguire con i due cerchi, i tre triangoli e la stellina, continuando allo stesso modo fino a quando, provando ad appoggiarla sul portamatite, vede che la striscia è abbastanza lunga per ricoprire tutto il bordo grigio.

Rosa incolla la striscia iniziando con il quadrato. Dopo aver incollato la striscia, osserva che su ognuna delle 4 facce ci sono esattamente 9 simboli. Tutti i simboli sono interi e nessuno risulta sovrapposto ad un altro.

Con quale simbolo termina la striscia incollata intorno al bordo del portamatite? Mostrate come avete trovato la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare l'ultimo elemento di un fregio di 7 elementi che si sviluppa sulle quattro facce laterali di prisma a base quadrata, sapendo che ci sono esattamente 9 elementi del fregio su ogni faccia.

Analisi del compito

- Comprendere che il portamatite ha tutte le facce laterali uguali, che si dovrà decorare solo il bordo grigio posto in alto su ogni faccia e che la sequenza dei 7 simboli indicata si ripete sempre allo stesso modo.
- Capire che su tutta la striscia devono esserci 36 simboli (9×4).
- Disegnare i simboli rispettando la sequenza fino ad avere 36 simboli e trovare così che l'ultimo simbolo è un quadrato.

Oppure

- Lavorare sui numeri della sequenza. Dato che il modulo del fregio è costituito da 7 simboli e che su ogni faccia devono comparire 9 simboli, ragionare su quali simboli compariranno su ogni faccia e trovare che la striscia termina con il quadrato che rappresenta il numero 1 della sequenza. Ciò si può ottenere con queste due procedure:

$$4 \times 9 = 36; 36 \div 7 = 5 \text{ con il resto di } 1$$

$$9 \times 4 = 36; 7 \times 4 = 28; 36 - 28 = (7 + 1)$$

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (il quadrato) con descrizione chiara e dettagliata del procedimento effettuato per arrivare alla soluzione: per esempio disegno esaustivo che termina col quadrato, oppure argomentazione chiara sulle altre procedure

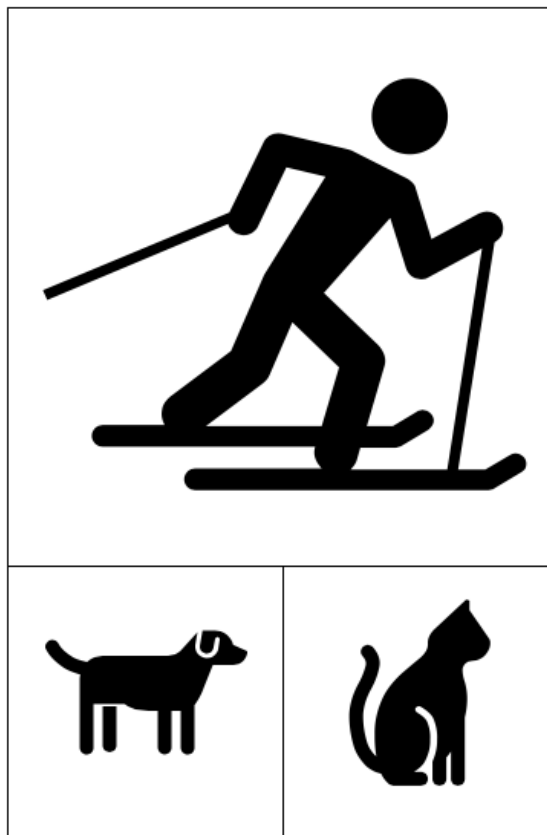
- 3 Risposta corretta con descrizione poco chiara del procedimento seguito nel caso della procedura aritmetica oppure solo il disegno completo e corretto di tutta la striscia (o dei vari moduli, o delle figure presenti su ogni faccia), ma senza la risposta “quadrato”
- 2 Risposta corretta senza spiegazione oppure risposta errata ma documentata da una procedura corretta, con eventuale dimenticanza di un disegno nel fregio
- 1 Inizio di ragionamento corretto, considerati i vincoli esistenti, ma senza arrivare alla soluzione oppure più errori di conteggio nei disegni del fregio, o di calcolo nella procedura aritmetica
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4, 5

Origine: Gruppo Geometria dello Spazio (GTGE)

4. TRE FOTO SU UNA PAGINA (Cat. 3, 4, 5)

Roberto ha incollato tre foto di forma quadrata su una pagina del suo album: una grande che lo ritrae mentre fa sci di fondo e due piccole, una del suo gatto e una del suo cane.



Le tre foto ricoprono interamente la pagina dell'album.

Il contorno della foto grande misura 48 centimetri.

Quanto misura il contorno della pagina su cui sono incollate le tre foto?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare il perimetro di un rettangolo composto da un quadrato grande di cui si conosce il perimetro (48 cm) e da due quadrati piccoli congruenti tra loro.

Analisi del compito

- Osservare la posizione dei tre quadrati, capire che i due quadrati piccoli sono uguali, che il loro lato è metà di quello grande e che i tre quadrati formano un rettangolo che coincide con la pagina dell'album.
- Sapere che il perimetro o contorno è una lunghezza uguale alla somma delle lunghezze di tutti i lati della figura; che nel caso del quadrato il perimetro è uguale alla somma delle lunghezze dei quattro lati uguali e nel caso del grande rettangolo il perimetro è uguale alla somma delle lunghezze dei quattro lati del quadrato grande e di due dei lati dei quadrati piccoli (oppure tre lati del quadrato grande e quattro lati del quadrato piccolo). Comprendere che sarà necessario calcolare la misura dei lati dei quadrati.
- Dedurre dai dati, che la misura del contorno del quadrato grande, composto da quattro segmenti (lati) uguali, permette di trovare che la misura di un lato è 12 cm ($48 \div 4$). Ricavare quindi la misura di un lato dei quadrati piccoli: 6 cm ($12 \div 2$).
- Calcolare la misura del contorno del rettangolo utilizzando solo l'addizione oppure addizione e moltiplicazione, per esempio $12 \times 3 + 6 \times 4 = 60$.

Oppure

- Comprendere, osservando il disegno, che il quadrato grande equivale a quattro quadrati piccoli e quindi il suo contorno equivale a otto lati del quadrato piccolo. Calcolare la lunghezza del lato di un quadrato piccolo: 6 cm ($48 \div 8$).

- Osservare che il foglio è formato da dieci segmenti da 6 cm, quindi calcolare il perimetro 60 cm (6×10).

Oppure

- Disegnare la figura a grandezza reale su un foglio quadrettato, misurare i lati del rettangolo e calcolare il perimetro.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (60 cm o 60) con descrizione chiara e completa del procedimento seguito (per esempio il disegno con le misure riportate e il calcolo fatto in base al ragionamento seguito)
- 3 Risposta corretta con descrizione incompleta o poco chiara (per esempio il disegno con le misure, ma senza indicare il calcolo per il perimetro del rettangolo oppure la mancanza di qualche tappa del ragionamento seguito: indicazione della lunghezza dei lati dei quadrati o di come sono stati trovati, ...)
- 2 Risposta corretta senza spiegazione
oppure un solo errore di calcolo nel determinare il perimetro o la misura dei lati dei quadrati
- 1 Le misure dei lati dei quadrati piccoli sono state trovate (6 cm), ma il perimetro non è stato calcolato correttamente (per esempio $96 = 48 + 24 + 24$)
oppure più di un errore di calcolo nel determinare il perimetro o la misura dei lati dei quadrati
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4, 5

Origine: Gruppo Geometria Piana (GTGP)

5. CARTE DI ANIMALI (Cat. 3, 4, 5)

Carlo e Luca collezionano carte di animali.

Per completare la loro raccolta, entrambi comperano delle bustine che contengono tutte lo stesso numero di carte.

Luca ha 17 carte e una bustina ancora da aprire.

Carlo che ha appena incominciato la sua collezione, ha solo 3 carte e tre bustine ancora da aprire.

Dopo aver aperto tutte le bustine, ogni bambino conta le proprie carte.

Carlo e Luca scoprono così di avere lo stesso numero di carte.

Quante carte ha ciascun bambino?

Mostrate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare la somma tra un numero a (17) e un numero x , somma che è la stessa tra un numero b (3) e il triplo di x .

Analisi del compito

- Comprendere che ci sono carte già inserite nella raccolta e altre carte nei pacchetti ancora da aprire; capire che è necessario trovare il numero totale delle carte possedute da ciascun bambino.
Comprendere la situazione: all'inizio, Carlo ha 3 carte e 3 pacchetti di carte da aprire, mentre Luca ha 17 carte e un solo pacchetto da aprire.
- Tener presente che dopo l'apertura dei pacchetti i due bambini hanno lo stesso numero di carte e che $17 + 1 \text{ pacchetto} = 3 + 3 \text{ pacchetti}$.
- Capire che occorre trovare quante carte contiene ogni pacchetto
 - sia per confronto globale rispetto all'uguaglianza precedente: Luca ha 14 carte più di Carlo, ma due pacchetti in meno e quindi due pacchetti corrispondono a 14 carte e un pacchetto contiene 7 carte
 - sia per tentativi, constatando che il solo numero di carte in ogni pacchetto può essere solo 7
- Concludere, in ogni caso, che ogni bambino possiede 24 carte.

Attribuzione dei punteggi

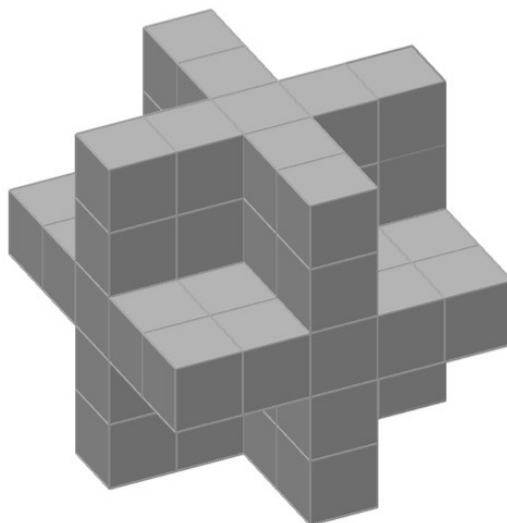
- 4 Risposta corretta (24 carte) con descrizione chiara della procedura seguita (per tentativi con verifica delle condizioni, o con rappresentazione grafica o descrizione a parole delle tappe del percorso fatto)
- 3 Risposta corretta con descrizione incompleta o poco chiara oppure trovato correttamente il numero di carte (7) di ogni pacchetto con descrizione chiara della procedura seguita, ma non data la risposta
- 2 Risposta corretta senza spiegazione oppure risposta sbagliata per un errore di calcolo, ma descrizione chiara che prova un ragionamento corretto
- 1 Inizio di ricerca corretta (per esempio, almeno un tentativo che mostri la comprensione delle relazioni tra i numeri di carte)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3, 4, 5

Origine: Siena

6. IL FERMACARTE SVIZZERO (Cat. 4, 5, 6)

In una vetrina è esposto il fermacarte che vedete in figura, formato da tanti cubetti magnetici.



Giulia lo osserva da vicino, lo prende e lo rigira tra le mani e così si accorge che le parti che nella figura non sono visibili, sono perfettamente uguali a quelle che si vedono.

Giulia si accorge che può facilmente contare i cubetti da cui è formato senza smontarlo.

Da quanti cubetti è formato il fermacarte?

Spiegate come avete trovato la soluzione.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare il numero di cubetti da cui è formato un poliedro non convesso che è parte di un cubo, avente gli stessi assi e piani di simmetria del cubo.

Analisi del compito

- Osservare come è fatta la figura e tenere presente che la parte che non si vede è uguale a quella sul davanti
- Capire che il fermacarte è formato da 5 strati di cubetti: 4 tutti uguali e a forma di “croce” e uno centrale a forma quadrata. (se si ammette che non ci sono spazi all’interno *).
- Contare i cubetti: in ciascuna “croce” ci sono 9 cubetti, quindi $9 \times 5 = 45$ cubetti; in quello centrale ce ne sono $5 \times 5 = 25$; complessivamente il fermacarte è composto da $45 + 25 = 61$ cubetti magnetici.

Oppure

- Comprendere che il fermacarte può essere inserito in un cubo “immaginario” il cui spigolo è 5 volte lo spigolo di un cubetto magnetico e quindi di volume $5^3 = 125$ cubetti. Capire quindi che il volume del fermacarte è dato dalla differenza tra il volume del cubo immaginario e quello di 8 cubetti di spigolo 2, che sono stati tolti dagli otto vertici del cubo ($125 - 2^3 \times 8 = 61$).

Si possono immaginare numerose altre strategie per conteggiare i cubetti.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (61 cubetti) con spiegazione dettagliata della strategia adottata e di eventuali conteggi (* in caso che venga detto esplicitamente che mancano da 1 a 5 cubi che non si vedono, si accetta la risposta coerente: da 56 a 60 cubi)
- 3 Risposta corretta con descrizione del procedimento seguito non del tutto chiara e dettagliata
- 2 Risposta corretta senza spiegazione oppure risposta non corretta dovuta ad un errore di calcolo, ma con spiegazione dettagliata.
- 1 Inizio di ragionamento corretto (per esempio, individuazione del numero di cubetti presenti in alcune parti della figura ...)
- 0 Incomprensione del problema

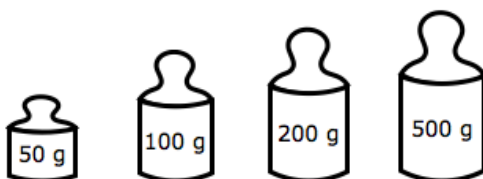
Livello: 4, 5, 6

Origine: Gruppo Geometria dello Spazio (GTGE)

7. BILANCIA A DUE BRACCI (Cat. 5, 6, 7)

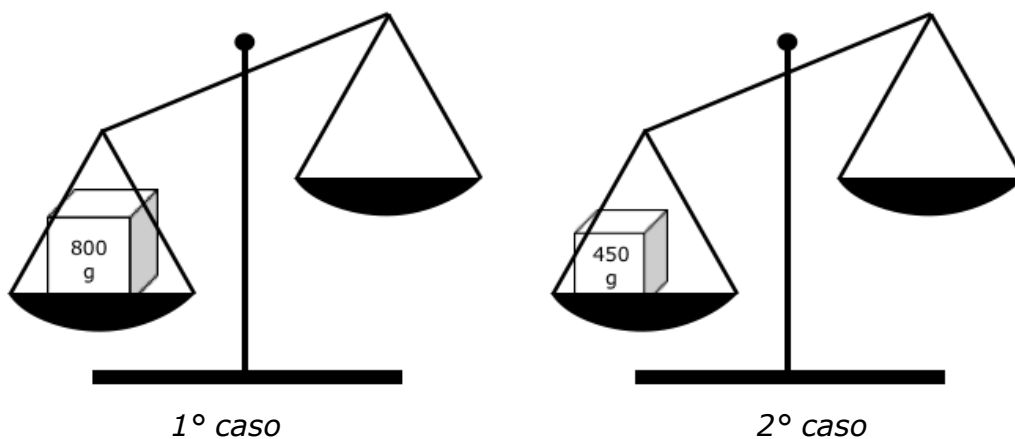
Anna cerca di mettere in equilibrio i piatti di una bilancia a due bracci.

Ha a disposizione un peso da 50 grammi, uno da 100 grammi, uno da 200 grammi e uno da 500 grammi.



In quali modi Anna potrebbe mettere in equilibrio la bilancia di sinistra in cui ha già messo un pacchetto da 800 g e la bilancia di destra in cui ha già messo un pacchetto da 450 g?

(In ciascuno dei due casi potete utilizzare uno, due, tre oppure i quattro pesi a disposizione)



Per ciascun caso elencate tutti i possibili modi per mettere la bilancia in equilibrio.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Completare due uguaglianze in cui un termine è già dato (800, 450), utilizzando ogni volta uno o più tra quattro numeri dati (50, 100, 200, 500).

Analisi del compito

- Sapere che una bilancia a due bracci è in equilibrio quando il peso complessivo di un piatto è uguale al peso complessivo dell'altro piatto.
- Comprendere i dati del problema: Anna ha quattro pesi a disposizione e, per ogni bilancia, deve scegliere quali pesi la mettono in equilibrio; ogni peso può essere utilizzato una sola volta in ciascun caso.
- Comprendere che può mettere in equilibrio la bilancia mettendo dei pesi solo sul piatto libero oppure in entrambi i piatti
- Procedere caso per caso stabilendo le possibili uguaglianze.

Una sola possibilità per il 1° caso: $800 = 500 + 200 + 100$

Tre possibilità per il 2° caso: $450 + 50 = 500$ oppure $450 + 100 = 500 + 50$ oppure $450 + 200 = 500 + 100 + 50$.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (le quattro soluzioni possibili, espresse con un'uguaglianza o un disegno o una descrizione scritta) senza risposte errate (per esempio utilizzato due volte lo stesso peso oppure pesi corretti, ma con errori di calcolo).
- 3 Tre soluzioni chiaramente descritte, senza risposte errate oppure le quattro soluzioni, con in più una sola risposta errata
- 2 Le quattro soluzioni, ma con altre due risposte errate oppure tre soluzioni, con un'altra risposta errata oppure due soluzioni senza altre risposte errate

- 1 Le quattro soluzioni, con più di due risposte errate
oppure due o tre soluzioni con due risposte errate
oppure una sola soluzione senza risposte errate
oppure risposta “Ci sono 4 soluzioni”, senza alcuna spiegazione
- 0 Incomprensione del problema oppure una o due soluzioni con più di due risposte errate

Livello: 5, 6, 7

Origine: Udine

8. LA MAREGGIATA (I) (Cat. 5, 6, 7)

Nello stabilimento balneare Orizzonte, gli ombrelloni erano normalmente disposti in file di 12 ombrelloni ciascuna.

Quest'anno, però, una mareggiata ha ridotto la spiaggia e il bagnino ha dovuto fare due file di ombrelloni in meno.

Per sistemare tutti gli ombrelloni ha quindi dovuto aggiungerne 4 in ogni fila rimasta.

Quanti sono gli ombrelloni dello stabilimento balneare?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare il prodotto tra 12 e un numero x che è anche il prodotto tra 16 e $(x - 2)$

Analisi del compito

- Capire che il numero totale di ombrelloni è lo stesso dell'anno precedente.
- Capire che il numero delle file, prima della nuova sistemazione, doveva essere maggiore di 2.
- Comprendere che il numero di ombrelloni da risistemare è 24 (2×12).
- Capire che se si divide il numero di ombrelloni da sistemare per il numero di quelli che vengono aggiunti in ogni fila (4) si ottiene il numero di file rimaste $6 = 24 \div 4$.
- Calcolare il numero di ombrelloni per fila nella nuova sistemazione ($12 + 4 = 16$).
- Calcolare infine il numero totale di ombrelloni ($6 \times 16 = 96$).

Oppure

- Dopo aver compreso che gli ombrelloni da sistemare sono 24 e che bisogna aggiungerne 4 per ogni fila, disegnare una fila di ombrelloni da $12 + 4$ per poi continuare con altre file uguali finché sono esauriti gli ombrelloni da aggiungere.
- Contare o calcolare il numero totale di ombrelloni (96).

Oppure

- Confrontare le due situazioni per visualizzare gli ombrelloni totali prima e dopo la mareggiata

	prima	dopo	
Prima fila	12	$12 + 4 = 16$	
Seconda fila	24	$24 + 8 = 32$	
Terza fila	36	$36 + 12 = 48$	Non accettabile perché c'è una sola fila in meno
Quarta fila	48	$48 + 16 = 64$	
Quinta fila	60	$60 + 20 = 80$	
Sesta fila	72	$72 + 24 = 96$	Accettabile perché ci sono due file in meno
Settima fila	84	$84 + 28 = 112$	
Ottava fila	96		

Oppure

- Capire che il numero di ombrelloni per fila nella nuova sistemazione è 16.
- Procedere per tentativi cercando un multiplo comune di 12 e 16 tale che sia un multiplo n -esimo di 16 e un multiplo $(n + 2)$ -esimo di 12.
- Trovare che questo multiplo è 96 e verificare che non ci sono altre soluzioni.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (96 ombrelloni) con spiegazione chiara e calcoli dettagliati o descrizione completa dei tentativi effettuati
- 3 Risposta corretta con spiegazione poco chiara o incompleta
- 2 Risposta corretta senza spiegazione (o solo con la frase "abbiamo fatto dei tentativi") oppure ragionamento corretto ma con un errore di calcolo, ad esempio risposta 128 per aver calcolato 8 file anziché 6 ($24 \div 4 = 8$)
- 1 Risposta sbagliata dovuta al fatto di aver considerato solo 12 ombrelloni per fila ($6 \times 12 = 72$), oppure inizio di ragionamento corretto oppure risposta 48, errata perché c'è una sola fila in meno
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 5, 6, 7 **Origine:** Milano

9. LE TRE FORMICHE (Cat. 5, 6, 7)

Le formiche Adelina, Berenice e Clotilde contano i chicchi di grano che hanno portato nel formicaio.

- Clotilde e Berenice hanno raccolto lo stesso numero di chicchi.
- Clotilde invece ne ha raccolti 7 in più di Adelina.
- A Berenice ne mancano 5 per raggiungere il doppio di quelli raccolti da Adelina.

Quanti chicchi ha raccolto ciascuna formica?

Spiegate come avete trovato la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare tre numeri naturali, sapendo che il secondo numero è inferiore di 5 unità rispetto al doppio del primo e che il terzo è uguale al secondo e supera il primo di 7 unità.

Analisi del compito

- Comprendere che Adelina ha meno chicchi rispetto alle altre formiche, perché Clotilde ne ha 7 in più di lei e Berenice la stessa quantità di Clotilde.
- Considerare che a Berenice mancano 5 chicchi per arrivare al doppio di quelli di Adelina e capire che, poiché ha lo stesso numero di chicchi di Clotilde, ne ha 7 in più di Adelina.
- Dedurre quindi che $5 + 7 = 12$ sono esattamente i chicchi che aggiunti a quelli di Adelina servono per arrivare al suo doppio. Concludere che Adelina ha raccolto 12 chicchi, mentre Berenice e Clotilde ne hanno raccolti rispettivamente $12 \times 2 - 5$ e $12 + 7$, cioè 19 chicchi ciascuna.

A tale conclusione si può arrivare anche con una rappresentazione grafica per esempio utilizzando i segmenti.

Oppure

- Procedere con tentativi sistematici, eventualmente con l'aiuto di una tabella tenendo conto che i chicchi di Adelina non possono essere meno di 3. Ad esempio, se i chicchi raccolti da Adelina fossero 7, quelli di Berenice sarebbero $9 = (7 \times 2) - 5$, quelli di Clotilde $14 = 7 + 7$, ma $9 \neq 14$ e quindi 7 non va bene. Procedere così e trovare che quando Adelina raccoglie 12 chicchi, Berenice ne raccoglie $19 = (12 \times 2) - 5$, così come Clotilde: $19 = 12 + 7$.

Oppure

- Per via algebrica o prealgebrica, indicato con A il numero dei chicchi di Adelina dedurre che quelli di Berenice sono $2A - 5$, quelli di Clotilde $A + 7$, confrontare le due ultime espressioni relative ai chicchi di Berenice e Clotilde: $2A - 5 = A + 7$ e dedurre, risolvendo l'equazione con metodi algebrici o per tentativi, che il numero di chicchi di Adelina è 12; di conseguenza quello delle altre due formiche è 19.

Attribuzione dei punteggi

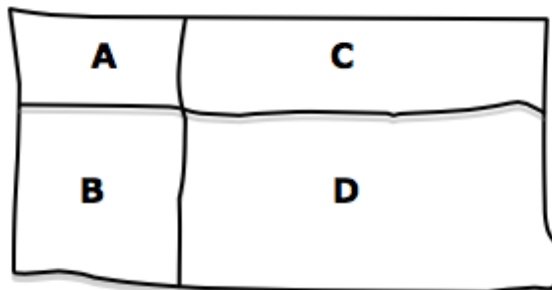
- 4 Riposta corretta (Adelina 12, Berenice 19, Clotilde 19) con spiegazione chiara e completa della procedura seguita (dettaglio delle relazioni trovate, dei calcoli o dei tentativi eventuali, risoluzione grafica o procedura algebrica)
- 3 Riposta corretta con spiegazione parziale o poco chiara
- 2 Risposta corretta senza spiegazione
- 1 Inizio corretto di ricerca (per esempio la sola rappresentazione grafica corretta o inizio di simbolizzazione e formalizzazione delle relazioni)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 5, 6, 7

Origine: Gruppo Algebra (GTAL) rivisitazione del problema *Gara di Pesca*, 24.II.10

10. I CINQUE RETTANGOLI (I) (Cat. 6, 7)

Il professore ha chiesto a ciascuno dei suoi allievi di costruire quattro rettangoli A, B, C, D i cui perimetri sono 10 cm (A), 14 cm (B), 20 cm (C) e 24 cm (D) e di disporli come in questa figura che il professore ha frettolosamente disegnato alla lavagna, per formare un rettangolo grande che li contenga tutti.



Poi chiede loro di calcolare la misura del perimetro del rettangolo grande che hanno ottenuto.

Clara ha iniziato disegnando il rettangolo A che ha il perimetro di 10 cm e poi ha disegnato gli altri tre. Ha poi calcolato il perimetro del suo rettangolo grande composto dai quattro rettangoli disegnati.

Anche Georges ha incominciato disegnando il rettangolo A, ma con dimensioni diverse da quello di Clara, poi ha continuato disegnando gli altri e infine ha calcolato il perimetro del suo rettangolo grande.

Daniela ha scelto anche lei il rettangolo A, ma con dimensioni diverse sia da quello di Clara sia da quello di Georges, ha poi calcolato il perimetro del suo rettangolo grande.

Quali sono le misure dei tre perimetri dei rettangoli grandi di Clara, Georges e Daniela?

Mostrate tutti i calcoli che avete fatto.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Formare dei rettangoli ciascuno dei quali composto da quattro rettangoli di cui si conosce il perimetro (10, 14, 20, 24 cm) e determinare il loro perimetro.

Analisi del compito

- Osservare la figura e comprendere perché ci possono essere rettangoli diversi con lo stesso perimetro sia di 10, 14, 20, 24 cm.
- Comprendere che se si sceglie una lunghezza per uno dei lati del rettangolo con il perimetro di 10 cm, la lunghezza dell'altro lato è determinata e può essere calcolata sapendo che il perimetro è la somma delle lunghezze dei quattro lati, due lunghezze e due larghezze, per esempio
 - se si sceglie 1 cm per il lato minore, l'altro lato sarà di 4 cm ($10 = 2 \times 1 + 2 \times 4$)
 - se si sceglie 2 per il lato minore, l'altro lato sarà di 3 cm ($10 = 2 \times 2 + 2 \times 3$)
 - ... (si possono anche scegliere numeri non interi)
- Accorgersi che la larghezza del rettangolo con il perimetro di 10 cm è la stessa di quello vicino con il perimetro di 20 cm e in base agli esempi precedenti, si avranno un rettangolo di 1 cm e 9 cm per il primo caso e un rettangolo di 2 cm e 8 cm per il secondo.
- Lo stesso vale per il rettangolo con il perimetro di 14 cm in cui la lunghezza è la stessa del primo e che conduce ad un rettangolo con i lati di 3 e 4 cm, nel primo caso e a un rettangolo con i lati di 4 e 3 cm nel secondo. La regola non cambia per il rettangolo con perimetro di 24 cm: lati di 3 e 9 cm nel primo caso e di 4 e 8 cm nel secondo.
- Utilizzare le misure dei lati dei rettangoli piccoli per calcolare il perimetro del rettangolo grande:
 - per il primo caso: $2 \times [(4 + 9) + (1 + 3)] = 34$ cm

- per il secondo caso: $2 \times [(3 + 8) + (2 + 4)] = 34$ cm.
- Constatate quindi che i due perimetri sono uguali.
- Verificare che scegliendo una diversa misura per i lati del rettangolo con il perimetro di 10 cm si ottiene sempre 34 cm per il perimetro del rettangolo grande. Per esempio, con 1,5 come terza scelta: i lati saranno di 1,5 e 3,5 (perimetro 10 cm); 1,5 e 8,5 (perimetro di 20 cm); 3,5 e 3,5 (perimetro di 14 cm); 3,5 e 8,5 (perimetro di 24 cm). Il perimetro del grande rettangolo sarà perciò $2 \times [(3,5 + 8,5) + (1,5 + 3,5)] = 34$ cm (la dimostrazione o una giustificazione di questa proprietà non viene richiesta).

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta e completa (trovati i tre perimetri da 34 cm con rettangoli di dimensioni diverse), con dettaglio dei calcoli per ciascuna coppia di numeri utilizzata (è indifferente che ci siano coppie di numeri naturali o decimali, ma non si considerano diverse due soluzioni con la medesima coppia, per esempio 1; 4 e 4; 1 sono un'unica soluzione) e disegno o spiegazione
- 3 Riposta corretta e completa con spiegazione parziale o poco chiara
oppure trovate solo due soluzioni, con dettaglio dei calcoli per ciascuna coppia di numeri utilizzata
- 2 Risposta corretta senza spiegazione
oppure trovata solo una soluzione
oppure risposta errata per errori di calcolo, ma procedimento corretto e ben spiegato
- 1 Inizio corretto di ricerca, per esempio trovata la misura di qualche lato senza arrivare alla conclusione
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 6, 7**Origine:** Bourg-en-Bresse

11. UNA GRANDE SCUDERIA (I) (Cat. 6, 7)

Arthur lavora in una scuderia e, per rendere il pelo dei suoi cavalli più lucido, è solito arricchire la dieta con qualche carota, di cui i suoi cavalli sono ghiotti.

All'inizio di questa settimana Arthur ha comprato 11 sacchetti da 100 carote ciascuno.

Alla fine della settimana l'ultimo sacchetto non è stato interamente consumato e Arthur si accorge di una cosa curiosa: ogni cavallo ha mangiato tante carote quanti sono i cavalli della scuderia.

Quanti potrebbero essere i cavalli alloggiati nella scuderia di Arthur?

Scrivete tutte le possibilità e mostrate come avete fatto a trovarle.

ANALISI A PRIORI**Compito matematico**

Trovare i numeri che, moltiplicati per se stessi, danno come risultato un numero compreso tra 1000 e 1100.

Analisi del compito

- Rendersi conto che poiché ciascun cavallo ha mangiato un numero n di carote uguale a quello dei cavalli presenti nella scuderia, il numero di carote consumate da tutti i cavalli è $n \times n$.
- Comprendere che tale numero ($n \times n$) deve essere minore di 1100 ($= 11 \times 100$), numero delle carote acquistate, e maggiore di 1000 ($= 10 \times 100$), dal momento che l'ultimo sacchetto non è stato interamente consumato.
- Procedere per tentativi successivi a partire da un ipotetico numero di cavalli, ad esempio 25, che mangerebbero in tutto 625 carote) e proseguire fino ad ottenere un numero di carote mangiate compreso tra 1000 e 1100.
- Trovare così che i due risultati possibili sono **32** e **33** i cui quadrati sono rispettivamente 1024 e 1089, e che ci sono solo questi perché $31^2 = 961 < 1000$ mentre $34^2 = 1156 > 1100$.

Oppure

- Calcolare la radice quadrata di 1000 (circa 31,623) e di 1100 (circa 33,166) e osservare che i soli numeri interi compresi fra i due numeri ottenuti sono 32 e 33.
- Concludere che nella scuderia ci possono essere 32 oppure 33 cavalli.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (32 o 33 cavalli) con spiegazione chiara che mostri l'esaustività della risposta (calcolo dei quadrati di 31 e di 34 per dimostrare che non sono soluzioni corrette, oppure ragionamento sulle radici quadrate)
- 3 Risposta corretta con spiegazione chiara ma senza verifica che non ci sono altre soluzioni oppure una soluzione corretta e una errata per un errore di calcolo con spiegazione chiara
- 2 Risposta corretta senza spiegazione oppure trovata una sola soluzione con spiegazione chiara
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 6, 7

Origine: Gruppo Algebra (GTAL)

12. LA PIASTRELLATURA (Cat. 6, 7, 8)

Il signor Francesco ha rivestito di piastrelle il pavimento rettangolare del suo nuovo negozio che ha le dimensioni di 9 m e 18 m.

Ha comprato un numero di piastrelle compreso tra 200 e 1000 e ha utilizzato solo piastrelle intere.

Le piastrelle sono tutte uguali: sono rettangolari, hanno i lati uno doppio dell'altro ed entrambi misurano un numero intero di decimetri.

Quale può essere la misura dei lati di ciascuna piastrella?

Spiegate come avete fatto a trovare la risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare le possibili misure (in numeri interi di decimetri) di un rettangolo, sapendo che un lato è il doppio dell'altro e che può essere contenuto un numero n ($200 < n < 1000$) di volte in un rettangolo, di cui si conoscono le misure dei lati (9 m e 18 m).

Analisi del compito

- Comprendere che sia il pavimento da ricoprire sia la piastrella sono rettangolari e hanno un lato doppio dell'altro e che quindi le piastrelle possono essere messe nella posizione più semplice, per esempio con le dimensioni parallele a quelle del pavimento (ma, siccome devono rimanere intere, il numero delle piastrelle non cambia se si dispongono in altro modo, per esempio a cornice o parzialmente a cornice, a spina di pesce, ...).
- Scegliere di lavorare con la stessa unità di misura per le dimensioni del pavimento e per quelle della piastrella, preferibilmente in decimetri: il rettangolo da 90×180 dm ha un'area di $16\,200$ dm².
- Tener conto che le dimensioni delle piastrelle devono misurare un numero intero di decimetri e che siccome vengono utilizzate solo piastrelle intere, il lato maggiore deve essere un divisore di 180 (decimetri) e il lato minore deve essere un divisore di 90 (decimetri).
- Ci sono più modi per organizzare una ricerca tra i quali, per esempio, i tre seguenti
 - a. Partendo dall'area del pavimento $16\,200$ dm² e dal possibile numero di piastrelle, da 200 a 1000, calcolare le aree minime e massime delle piastrelle che sono $16\,200 \div 1000 = 16,2$ (in dm²) e $16\,200 \div 200 = 81$ (in dm²).
Essendo le piastrelle scomponibili in due quadrati accostati, l'area di ciascun quadrato sarà compresa tra $16,2 \div 2 = 8,1$ e $81 \div 2 = 40,5$ (in dm²). Le dimensioni dei lati di questi quadrati sono compresi tra $\sqrt{8,1} \approx 2,8$ e $\sqrt{40,5} \approx 6,3$.
Poiché le dimensioni delle piastrelle sono numeri interi, si possono prevedere le coppie (3 ; 6), (4 ; 8), (5 ; 10) e (6 ; 12) ed eliminare la coppia (4 ; 8) che ha numeri non divisori di 90 e di 180.
 - b. Partendo dai divisori di 90 e 180 per trovare le dimensioni della piastrella e calcolando il numero di piastrelle ogni volta:

<i>divisori</i>	<i>Piastrelle/dimensione</i>	<i>Piastrelle totali</i>	<i>Soluzione accettabile</i>
1 e 2	90	$90^2 = 8100$	No
2 e 4	45	$45^2 = 2025$	No
3 e 6	30	$30^2 = 900$	Sì
5 e 10	18	$18^2 = 324$	Sì
6 e 12	15	$15^2 = 225$	Sì
9 e 18	10	$10^2 = 100$	No
...			
 - c. Partendo da coppie di numeri interi in cui uno è doppio dell'altro e il cui prodotto è contenuto un numero esatto di volte nel pavimento. Per esempio, con la coppia (1; 2) la superficie della piastrella sarà di 2 dm² e il numero delle piastrelle sarà 8100 ($16\,200 \div 2$).
Continuare con altre coppie di numeri accettando solo i casi in cui il numero delle piastrelle è maggiore di 200 e minore di 1000.
Identificare le tre soluzioni possibili $900 = 16\,200 \div (3 \times 6)$; $324 = 16\,200 \div (5 \times 10)$ e $225 = 16\,200 \div (6 \times 12)$.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta: le tre soluzioni in decimetri (3 - 6); (5 - 10); (6 - 12) oppure in metri (0,3 - 0,6); (0,5 - 1); (0,6 - 1,2) con il dettaglio della ricerca e tutti i calcoli necessari a trovarle
- 3 Risposta corretta: le tre soluzioni con una ricerca incompleta o mancante di alcuni calcoli

- oppure due soluzioni corrette e ben argomentate
- 2 Risposta corretta: le tre soluzioni senza spiegazioni
oppure due soluzioni con una ricerca incompleta o mancante di alcuni calcoli
oppure una soluzione corretta e ben argomentata
- 1 Una o due soluzioni corrette senza spiegazioni
oppure inizio di ricerca coerente senza arrivare alla conclusione
- 0 Incomprensione del problema

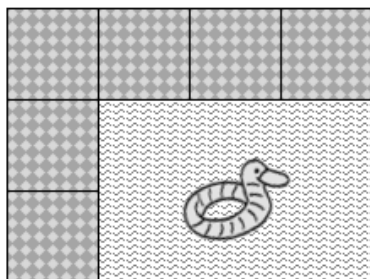
Livello: 6, 7, 8

Origine: Belluno

13. LA PISCINA (Cat. 7, 8, 9, 10)

Matteo ha una piscina rettangolare la cui area misura 176 m^2 . Decide di contornarla con una fila di mattonelle quadrate di 50 cm di lato. Egli incolla le 124 mattonelle che ha comprato, fianco a fianco, lungo il bordo, senza lasciare spazio tra di esse. Non rompe nessuna mattonella.

Ecco l'inizio del suo lavoro:



Quante mattonelle ci sono sul lato più lungo del rettangolo formato dalla piscina e dal bordo piastrellato?

Mostrate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Determinare le dimensioni di un rettangolo conoscendo la sua area, il numero e le dimensioni di mattonelle quadrate necessarie per pavimentare il contorno esterno del rettangolo.

Analisi del compito

- Sapere che l'area di un rettangolo si ottiene facendo il prodotto delle sue dimensioni.
- Comprendere che il perimetro della piscina, prendendo il lato di una mattonella per unità di misura, si ottiene togliendo 4 dal numero totale di mattonelle.
- Osservare che il semiperimetro della piscina, in tale unità di misura, è 60 (30 in metri) e che quindi il numero di mattonelle sulla lunghezza e quello sulla larghezza devono essere entrambi pari o entrambi dispari. Escludere questo secondo caso perché l'area è espressa da un numero pari di m^2 .
- Capire che la lunghezza e la larghezza della piscina sono espresse in un numero intero di metri in quanto tutte le piastrelle sono intere.
- Procedere per tentativi e aggiustamenti per esempio in uno dei seguenti modi:
 - cercando due numeri (interi pari) il cui prodotto è uguale a 176, e la cui somma è 30 (eventualmente aiutandosi con la scomposizione in fattori di 176).
 - dopo aver tolto 4 al numero totale di mattonelle ($124 - 4 = 120$), calcolare il perimetro del rettangolo in metri ($120 \times 0,5 = 60$) e determinare due numeri interi la cui somma è uguale a 30 e il cui prodotto è 176.
 - dopo aver tolto 4 al numero totale di mattonelle ($124 - 4 = 120$), determinare due numeri interi la cui somma è $120 \div 2 = 60$, moltiplicare ciascuno di questi numeri per 0,5 per ottenere le misure dei due lati del rettangolo. Effettuare quindi il prodotto di questi due numeri e confrontarlo con 176.
- Procedere come in precedenza ma con una ricerca sistematica che, eventualmente, non escluda a priori la possibilità di un numero dispari di mattonelle per lato. Per esempio, considerare tutte le coppie di numeri compatibili con le dimensioni delle mattonelle e che danno come prodotto 176: $0,5 \times 352$; 1×176 ; 2×88 ; 4×44 ; $5,5 \times 32$; 8×22 ; 11×16 e verificare per ciascuna delle coppie trovate se il numero corrispondente di mattonelle di $0,5$ di lato è uguale a 124. Per esempio per $(0,5; 352)$: $(0,5 \div 0,5 + 352 \div 0,5) \times 2 + 4 = 1414$. Trovare che la sola coppia che va bene è $(8; 22)$ e che per conseguenza ci sono $22 \div 0,5 + 2 = 46$ mattonelle sulla lunghezza.
- Mettere il problema in equazione. Se a indica la larghezza della piscina e b la sua lunghezza, arrivare a $a + b = 30$ e $a \times b = 176$. Procedere per tentativi e aggiustamenti per trovare a e b , oppure risolvere l'equazione di secondo grado $a^2 + 30a + 176 = 0$ avente per soluzioni 22 e 8.

Oppure

- Fattorizzare il 176 per trovare le possibili dimensioni in metri della piscina. Otteniamo 11×16 , 22×8 , 44×4 , 88×2 , 176×1 . L'unica coppia che necessita di 124 piastrelle è 22×8 .
- Le dimensioni della piscina: 22 m e 8 m e il numero di mattonelle sulla lunghezza: 46.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Riposta corretta (46 mattonelle) con descrizione (testo, disegno o calcolo) di ciascuno dei passi della ricerca
- 3 Risposta corretta ma con passi mancanti della ricerca o con solo verifica oppure risposta errata o assente in conseguenza di errori di calcolo, ma tutte le tappe della ricerca sono corrette e presenti
- 2 Risposta corretta senza spiegazione oppure risposta errata o assenza di risposta dovuta alla non considerazione delle 4 mattonelle degli angoli, ma per il resto procedura corretta
- 1 Inizio di ricerca corretto (almeno determinazione di 2 numeri interi o “semi-interi” il cui prodotto è 176 o la cui somma è 60)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 7, 8, 9, 10

Origine: Gruppo Geometria Piana (GTGP)

14. CIOCCOLATINI (Cat. 8, 9, 10)

Su uno scaffale di una pasticceria sono allineate cinque scatole di cioccolatini. Aldo, il proprietario della pasticceria, appassionato di giochi matematici, propone ad alcuni amici questo quesito:

- la prima scatola e la seconda assieme contengono 27 cioccolatini;
- la seconda scatola e la terza assieme contengono 31 cioccolatini;
- la terza scatola e la quarta assieme contengono 26 cioccolatini;
- la quarta scatola e la quinta assieme contengono 18 cioccolatini;
- la somma dei cioccolatini contenuti nella prima, terza e quinta scatola è 36 cioccolatini.

Chi riuscirà a trovare il numero totale di cioccolatini contenuti nelle cinque scatole potrà averli tutti come premio.

Qual è il numero totale dei cioccolatini contenuti nelle cinque scatole?

Spiegate come avete fatto a trovare la risposta.

ANALISI A PRIORI**Compito matematico**

Trovare la somma di 5 numeri naturali a, b, c, d, e di cui si conoscono le somme parziali $a + b = 27, b + c = 31, c + d = 26, d + e = 18, a + c + e = 36$.

Analisi del compito

- Comprendere i dati del problema: trovare il numero di cioccolatini di ciascuna scatola e addizionarli, conoscendo la somma del numero dei cioccolatini contenuti in alcune delle cinque scatole.
- Procedere per tentativi e adattamenti successivi, per esempio fissare il numero di cioccolatini della prima scatola, dedurre quello della seconda e così via; quindi controllare se risulta verificata l'ultima relazione.

Oppure

- Osservare che nelle somme parziali espresse nel testo la prima scatola, la seconda, la quarta e la quinta compaiono 2 volte mentre la terza compare tre volte.
- Dedurre che $138 = 27 + 31 + 26 + 18 + 36$ è la somma del doppio del numero dei cioccolatini della prima scatola, della seconda, della quarta e della quinta e del triplo del numero di quelli della terza scatola.
- Rendersi conto, dalla prima e dalla quarta indicazione, che la somma del numero dei cioccolatini contenuti nella prima, seconda, quarta e quinta scatola insieme è $27 + 18 = 45$ il cui doppio è 90.
- Trovare allora che $138 - 90 = 48$ è il triplo del numero di cioccolatini contenuti nella terza scatola e quindi la terza scatola contiene $16 (= 48 \div 3)$ cioccolatini.
- Concludere che in tutto le cinque scatole contengono $45 + 16 = 61$ cioccolatini o determinare sostituendo i valori nelle relazioni date dal testo, il numero di cioccolatini di ogni scatola e fare la somma (**la seconda scatola contiene 15 cioccolatini, la prima ne contiene 12, la quarta 10 e la quinta 8**).

Oppure

- Dalla prima e dalla seconda indicazione dedurre che la terza scatola contiene 4 cioccolatini in più della prima, poi dalla terza e quarta indicazione dedurre che la quinta scatola contiene 8 cioccolatini in meno della terza e che quindi se x è il numero di cioccolatini della prima scatola, la terza ne contiene $x + 4$ e la quinta $x + 4 - 8 = x - 4$; in base all'ultima indicazione si ha quindi $x + x + 4 + x - 4 = 36$ da cui $3x = 36$ ed infine $x = 12$, numero di cioccolatini della prima scatola. Dedurre quindi il numero di cioccolatini della seconda scatola (15) della terza (16), della quarta (10) e della quinta (8).

Oppure

- indicati con a, b, c, d, e i numeri di cioccolatini di ciascuna scatola, tradurre in equazioni le informazioni e ottenere: $a + b = 27; b + c = 31; c + d = 26; d + e = 18; a + c + e = 36$. Procedere per sostituzioni successive, per esempio ricavando b dalla prima relazione, sostituendolo nella seconda e così via.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (61) con spiegazione chiara e dettagliata del procedimento seguito (tentativi esplicitati, approccio algebrico, ...)

- 3 Risposta corretta solo con verifica oppure con spiegazioni incomplete e/o tentativi non esplicitati
oppure trovato il numero di ciascuna scatola (12, 15, 16, 10, 8), ma senza la somma finale, con spiegazione chiara del procedimento seguito
- 2 Risposta corretta senza spiegazioni né verifica
oppure risposta errata a causa di un errore di calcolo, ma con procedimento corretto
oppure trovato il numero di ciascuna scatola (12, 15, 16, 10, 8), senza la somma finale con spiegazione parziale
- 1 Inizio di ricerca coerente
oppure, trovati i 5 numeri di ciascuna scatola, senza la somma finale e senza spiegazioni
oppure trovati 5 numeri che soddisfano solo 4 delle cinque condizioni (per esempio 18, 9, 22, 4, 14)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 8, 9, 10

Origine: Riva del Garda, vedi il problema “Le caramelle”, 11.F.13

15. UNA GRANDE SCUDERIA (II) (Cat. 8, 9, 10)

Arturo lavora in una scuderia e, per rendere il pelo dei suoi cavalli più lucido, è solito arricchire la dieta con qualche carota, di cui i suoi cavalli sono ghiotti.

Arturo all'inizio di questa settimana ha comprato 11 sacchetti da 100 carote ciascuno.

Alla fine della settimana sono stati consumati più di nove sacchetti e Arturo si accorge che nell'arco della settimana ogni cavallo ha mangiato tante carote quanti sono i cavalli della scuderia.

Inoltre la somma tra il numero di cavalli e quello delle carote mangiate non supera quello delle carote acquistate.

Quanti potrebbero essere i cavalli della scuderia di Arturo?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta e giustificate.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare i numeri che, moltiplicati per se stessi, danno un prodotto compreso tra 900 e 1100 e tali che la somma di questo prodotto e del numero di partenza sia inferiore a 1100.

Analisi del compito

- Rendersi conto che poiché ogni cavallo ha mangiato un numero n di carote uguale a quello dei cavalli presenti nella scuderia, il numero di carote consumate da tutti i cavalli è $n \times n = n^2$.
- Riconoscere che il numero n^2 delle carote mangiate deve essere maggiore di 900 (poiché sono stati mangiati più di nove sacchi di carote) e che sommandolo al numero n dei cavalli si deve ottenere un numero minore o uguale a 1100.
- Procedere per tentativi successivi a partire da un ipotetico numero di cavalli fino ad ottenere un numero di carote mangiate compreso tra 900 e 1100 e verificare che la somma del numero dei cavalli e di quello delle carote mangiate è minore di 1100.
- Esplicitare i tentativi a partire ad esempio da 25 cavalli. Eventualmente visualizzare i tentativi fatti mediante una tabella di questo tipo:

Numero di cavalli alloggiati	25	26	27	28	29	30	31	32	33
Numero di carote mangiate	625	676	729	784	841	900	961	1024	1089
Somma delle carote mangiate e dei cavalli alloggiati	650	702	756	812	870	930	992	1056	1122

- Riconoscere che 30 non è una soluzione perché sono stati utilizzati più di nove sacchi di carote e che invece la scuderia potrebbe ospitare 31 o 32 cavalli. Infatti $31 + 31^2 = 992$ e $32 + 32^2 = 1056$, risultati entrambi minori di 1100.
- Verificare che i cavalli non potrebbero essere in numero maggiore infatti $33 + 33^2 = 1122$ che supera il numero di carote acquistate.

Oppure

- Partire dal numero n^2 di carote che è compreso tra 900 e 1100. Poiché $30^2 = 900$ non va bene, considerare i quadrati dei numeri successivi che rispettino i limiti desiderati, ovvero: $31^2 = 961$, $32^2 = 1024$ e $33^2 = 1089$ (il successivo $34^2 = 1156$ non è accettabile perché superiore a 1100). I numeri 31, 32, 33 possono essere selezionati. Controllare per ciascun quadrato se la somma con la sua base è ancora minore o uguale a 1100. Scoprire che questo vale solo per $31 + 31 = 92$ e $32 + 32 = 1056$, perché $33 + 33 = 1122$. Dedurre che i cavalli della scuderia possono essere 31 o 32.

Oppure

- Impostare il sistema di disequazioni $900 < n^2 + n \leq 1100$, con n intero positivo tenendo conto che anche $n^2 > 900$. Poiché $n^2 + n = n \cdot (n + 1)$ si può procedere per tentativi organizzati determinando un numero che moltiplicato per il successivo sia compreso fra 900 e 1100. Si trovano così le soluzioni, $n = 31$ oppure $n = 32$.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (31 o 32 cavalli) con spiegazione chiara (dettaglio dei calcoli e dei tentativi fatti, impostazione del sistema di disequazioni, ...) e giustificazione dell'eshaustività della risposta (calcolo dei quadrati di 30 e 33)
- 3 Risposta corretta con spiegazione chiara ma senza verifica che non ci sono altre soluzioni oppure una soluzione corretta ed una errata a causa di un errore di calcolo con dettaglio dei calcoli

- 2 Risposta corretta senza spiegazione
oppure trovata una sola soluzione con procedura chiara
- 1 Una sola soluzione corretta senza spiegazione
oppure oltre alle due risposte corrette, considerato anche il 33, senza verificare l'ultima condizione
oppure inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 8, 9, 10

Origine: Gruppo Algebra (GTAL)

16. LA MAREGGIATA (II) (Cat. 8, 9, 10)

Il bagnino del Bagno Orizzonte è molto preciso e inizia a disporre gli ombrelloni in modo che il numero delle file parallele alla costa sia uguale a quello delle file perpendicolari alla costa.

Gli avanzano però degli ombrelloni e così ne aggiunge 4 a ciascuna fila parallela alla costa. Dopo una mareggiata la spiaggia si è ridotta e il bagnino ha dovuto togliere le due file di ombrelloni più vicine al mare e aggiungere gli ombrelloni tolti alle altre file.

In questo modo le file parallele alla costa hanno 16 ombrelloni ciascuna.

Quanti potrebbero essere gli ombrelloni del Bagno Orizzonte?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Trovare i possibili numeri di oggetti che possono essere disposti in n file di $n + 4$ o in $n - 2$ file di 16.

Analisi del compito

- Capire come sono inizialmente disposti gli ombrelloni nella spiaggia: in ciascuna fila orizzontale ci sono 4 ombrelloni in più rispetto agli ombrelloni disposti in quelle verticali, cioè che formano un rettangolo di dimensioni $n+4$ e n (misurate in numero di ombrelloni).
- Notare che dopo la mareggiata il numero di ombrelloni non cambia, ma vengono disposti in due file in meno, con 16 ombrelloni ciascuna ($16 \times (n - 2)$).
- Capire che il numero di ombrelloni è un multiplo di 16 e che il numero delle file prima della mareggiata deve essere maggiore di 2 e minore di 12 (altrimenti gli ombrelloni in ciascuna fila sarebbero già stati 16 o di più).
- Procedere per tentativi sul possibile numero di file iniziale, controllando che il numero di ombrelloni da ridistribuire dopo la mareggiata sia divisibile per il nuovo numero di file e verificando che il numero finale di ombrelloni per fila sia 16. Per agevolare i correttori si riporta una tabella dei possibili calcoli:

n° iniziale di file	ombrelloni per fila	ombrelloni da ridistribuire dopo la mareggiata	n° finale di file	ombrelloni aggiunti per fila	n° finale di ombrelloni per fila
3	7	14	1	$14 \div 1 = 14$	$7 + 14 = 21$
4	8	16	2	$16 \div 2 = 8$	$8 + 8 = 16$
5	9	18	3	$18 \div 3 = 6$	$6 + 9 = 15$
6	10	20	4	$20 \div 4 = 5$	$5 + 10 = 15$
7	11	22	5	$22 \div 5$ non è divisibile	--
8	12	24	6	$24 \div 6 = 4$	$4 + 12 = 16$
...

- Trovare così le due possibilità: 4 file iniziali con $4 + 4$ ombrelloni per fila per un totale di **32** ombrelloni, o 8 file iniziali con 12 ombrelloni a fila per un totale di **96** ombrelloni.
- Capire che non ci sono altre soluzioni perché proseguendo la tabella si ottengono numeri di ombrelloni da ridistribuire non divisibili per il nuovo numero delle file o un numero di ombrelloni per fila che supera 16 e diventa sempre più grande.
- Nell'analisi dei vari casi si possono escludere i numeri dispari che danno un numero di ombrelloni dispari e quindi non divisibile per 16.

Oppure

- Procedere per tentativi sul possibile numero di file iniziali, calcolare il numero P di ombrelloni nella disposizione prima della mareggiata ($n \times (n + 4)$ dove n indica il numero delle file) e quello nella disposizione dopo la mareggiata ($16 \times (n - 2)$) e controllare che i numeri ottenuti siano uguali: ad esempio se le file iniziali sono 3, gli ombrelloni sono $3 \times (3 + 4) = 21$ (ombrelloni prima della mareggiata) che è diverso da $1 \times 16 = 16$ (ombrelloni dopo la mareggiata), mentre con 4 file iniziali ci sono $4 \times (4 + 4) = 32$ (ombrelloni prima della mareggiata) che è uguale a $2 \times 16 = 32$ (ombrelloni dopo la mareggiata) e così via fino a trovare l'altra soluzione, 96 ombrelloni per 8 file. Costatare che non ci possono essere altre soluzioni eventualmente con considerazioni analoghe al caso precedente. Eventualmente dall'uguaglianza $P = n \times (n + 4) = 16 \times (n - 2)$ accorgersi che, essendo P un multiplo di 16, n deve essere un multiplo di 4 e fare tentativi solo per $n = 4, 8, 12, 16, \dots$

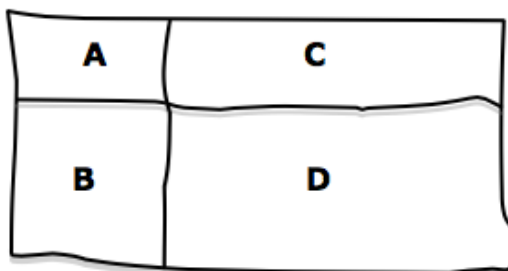
Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (**32** o **96** ombrelloni), con spiegazione chiara e completa (risoluzione dell'equazione di secondo grado con formula risolutiva o con tentativi, o tentativi ben organizzati con mostrata l'esaustività delle soluzioni)
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara (tentativi non esaustivi, o solo la frase “abbiamo proceduto per tentativi”), ma con verifica delle soluzioni
oppure risposta 4 e 8 che indica il possibile numero di file iniziali con spiegazione chiara, ma senza il calcolo degli ombrelloni totali
- 2 Una sola soluzione corretta con spiegazione chiara o con solo la verifica
oppure una soluzione corretta e una errata a causa di un errore nella risoluzione dell'equazione corretta o di un errore di calcolo nella procedura per tentativi
- 1 Una soluzione corretta senza spiegazione né verifica (o solo con la frase “abbiamo proceduto per tentativi”)
oppure risposta che riporta un solo numero di file iniziali trovate per tentativi, senza il calcolo degli ombrelloni totali
oppure inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 8, 9, 10**Origine:** Gruppo Algebra (GTAL)

17. I CINQUE RETTANGOLI (II) (Cat. 8, 9, 10)

Il professore ha chiesto a ciascuno dei suoi allievi di costruire quattro rettangoli A, B, C, D i cui perimetri sono 10 cm (A), 14 cm (B), 20 cm (C) e 24 cm (D) e di disporli come in questa figura che il professore ha frettolosamente disegnato alla lavagna.



Poi ha chiesto di calcolare il perimetro e l'area del grande rettangolo che hanno ottenuto e di confrontare i risultati trovati.

Gli allievi si accorgono che i rettangoli grandi che hanno ottenuto hanno tutti lo stesso perimetro, ma aree diverse.

Qual è il perimetro dei rettangoli grandi?

Qual è l'area più grande possibile per il rettangolo grande?

Mostrate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

Compito matematico

Formare rettangoli ognuno dei quali è composto da quattro rettangoli di perimetro dato (10, 14, 20 e 24 cm), trovare il perimetro e individuare quello con l'area maggiore.

Analisi del compito

- Osservare la figura e comprendere perché ci possono essere rettangoli diversi con lo stesso perimetro di 10, 14, 20, 24 cm (possono essere tutti "allungati" e anche trasformati in quadrati).
- Comprendere che se si sceglie una lunghezza per uno dei lati del rettangolo con il perimetro di 10 cm, la lunghezza dell'altro lato è determinata e può essere calcolata sapendo che il perimetro è la somma delle lunghezze dei quattro lati, due lunghezze e due larghezze, per esempio
 - se si sceglie 1 cm per la larghezza, la lunghezza sarà di 4 cm ($10 = 2 \times 1 + 2 \times 4$)
 - se si sceglie 1,5 cm per la larghezza, la lunghezza sarà di 3,5 cm ($10 = 2 \times 1,5 + 2 \times 3,5$).
- Accorgersi che tutte le dimensioni degli altri tre rettangoli piccoli e di quello grande sono anch'esse determinate dal valore scelto per le dimensioni del primo rettangolo piccolo.
- Per rispondere alle due domande sul perimetro e l'area i calcoli possono per esempio essere raggruppati in modo ordinato a partire da una dimensione del primo rettangolo (perimetro 10 cm).

2p = 10	2p = 20	2p = 14	2p = 24	Dim. grande	2p grande	Area (cm ²)
(1 ; 4)	(1 ; 9)	(3 ; 4)	(3 ; 9)	(13 ; 4)	34	52
(1,5 ; 3,5)	(1,5 ; 8,5)	(3,5 ; 3,5)	(3,5 ; 8,5)	(12 ; 5)	34	60
(2 ; 3)	(2 ; 8)	(4 ; 3)	(4 ; 8)	(11 ; 6)	34	66
(2,5 ; 2,5)	(2,5 ; 7,5)	(4,5 ; 2,5)	(4,5 ; 7,5)	(10 ; 7)	34	70
(3 ; 2)	(3 ; 7)	(5 ; 2)	(5 ; 7)	(9 ; 8)	34	72
(3,5 ; 1,5)	(3,5 ; 6,5)	(5,5 ; 1,5)	(5,5 ; 6,5)	(8 ; 9)	34	72
(4 ; 1)	(4 ; 6)	(6 ; 1)	(6 ; 6)	(7 ; 10)	34	70
(4,5 ; 0,5)	(4,5 ; 5,5)	(6,5 ; 0,5)	(6,5 ; 5,5)	(6 ; 11)	34	66

e constatare che il perimetro resta costante e che l'area aumenta e diminuisce in modo "simmetrico" rispetto al 72 dei valori di 3 e di 3,5, per comprendere che è necessario inserire un nuovo valore 3,25:

2p = 10	2p = 20	2p = 14	2p = 24	Dim. grande	2p grande	Area (cm ²)
(3,25 ; 1,75)	(3,25 ; 6,75)	(5,25 ; 1,75)	(5,25 ; 6,75)	(8,5 ; 8,5)	34	72,25

Costatare allora, vista la "simmetria" delle variazioni (aumenti seguiti da corrispondenti diminuzioni) che il più grande rettangolo ha un'area di 72,25 cm².

- Si può arrivare a questa conclusione anche sapendo che tra tutti i rettangoli che hanno un perimetro di 34 cm, è il quadrato con il lato di 8,5 cm che ha l'area maggiore.

Oppure

- Risolvere il problema con la ricerca del massimo per la funzione $A = x(17 - x)$ in cui la variabile è il primo lato di un rettangolo con il perimetro di 34 cm.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposte corrette e complete (tutti i perimetri misurano 34 cm e l'area massima è di $72,25 \text{ cm}^2$), con dettaglio dei calcoli per ciascuno
- 3 Riposte corrette con spiegazione parziale o poco chiara
Oppure risposta corretta per il perimetro e area massima 72 cm^2 con spiegazioni chiare e dettagliate (non viene considerato il quadrato di lato 8,5 che ha l'area massima)
- 2 Risposte corrette e complete senza spiegazione
oppure risposta corretta per il perimetro e area massima 72 cm^2 con spiegazioni parziali
oppure risposte errate dovute ad errori di calcolo, ma spiegazione chiara
- 1 Inizio corretto di ricerca
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 8, 9, 10

Origine: Bourg-en-Bresse e responsabili della prova II

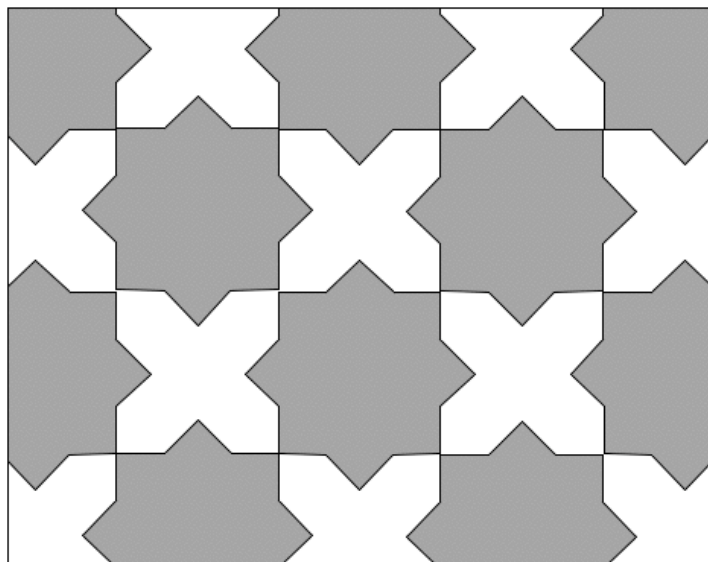
18. UN MOSAICO DEL MAROCCO (Cat. 8, 9, 10)

L'arte islamica è molto ricca di mosaici che affascinano i turisti.

Nel disegno che segue è rappresentato un frammento del mosaico che ricopre una grande parete di una sala per i ricevimenti di un palazzo di Marrakech, costituito da migliaia di piastrelle grigie e di piastrelle bianche.

Ogni piastrella ha 16 lati, tutti uguali, ciascuno di lunghezza 5 cm.

Nel disegno si vede come sono disposte le piastrelle grigie e bianche.



Un turista, nell'osservare la parete, ha stimato che la superficie di colore bianco possa forse essere i $\frac{3}{4}$ della superficie di colore grigio.

Suo figlio gli ha fatto osservare che se si scompone ogni piastrella, sia bianca sia grigia, in triangoli (le "punte" delle piastrelle) e rettangoli si può calcolare con più certezza il rapporto o con una approssimazione migliore di $\frac{3}{4}$.

Calcolate il rapporto tra le aree in bianco e le aree in grigio della parete.

Motivate la vostra risposta con i dettagli della procedura che avete seguito.

ANALISI A PRIORI

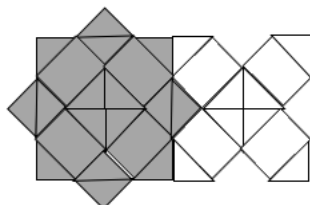
Compito matematico

Calcolare il rapporto fra le aree di due tipi di figure di un mosaico, per scomposizione in quadrati, semiquadrati triangolari e rettangoli di cui un lato è quello di un quadrato e l'altro quello della sua diagonale.

Analisi del compito

- Rendersi conto che il numero di piastrelle grigie e il numero di piastrelle bianche è approssimativamente il medesimo su una parete costituita da migliaia di piastrelle e che è sufficiente confrontare le aree di ciascuno dei due tipi di piastrelle.
- Cercare di pavimentare una piastrella di ciascun tipo con quadrati, rettangoli e triangolini. Questi ultimi si evidenziano direttamente nella parte esterna dei due poligoni; 4 sulla "croce" in bianco, 8 su quella grigia. Osservare che nella piastrella bianca sono presenti i due bracci di una croce, che si sovrappongono secondo un quadrato centrale e lasciano un rettangolo e un triangolo su ciascun braccio. Si può immaginare una stessa struttura a croce nella piastrella grigia.

Ecco per esempio un tipo di pavimentazione:



La piastrella grigia si scompone in 16 triangoli (rettangoli e isosceli) e 4 rettangoli, la piastrella bianca in 8 triangoli e 4 rettangoli. Le aree dei triangoli sono uguali a $12,5 = 25/2 \text{ cm}^2$. I rettangoli hanno 5 cm di larghezza come l'ipotenusa di un triangolo che può essere calcolata applicando il Teorema di Pitagora o come il lato del quadrato centrale: $\sqrt{50} \text{ cm}$ che può essere arrotondato a 7,0 o 7,1. L'area di un rettangolo è dunque $5 \times \sqrt{50} \approx 35,5$.

- Calcolare l'area delle due piastrelle e il rapporto.

L'area della piastrella bianca: $8 \times 25/2 + 4 \times (5 \times \sqrt{50}) = 100 + 20 \times \sqrt{50}$ (in cm^2) o $(100 + 100\sqrt{2} \approx 240 \approx 241)$

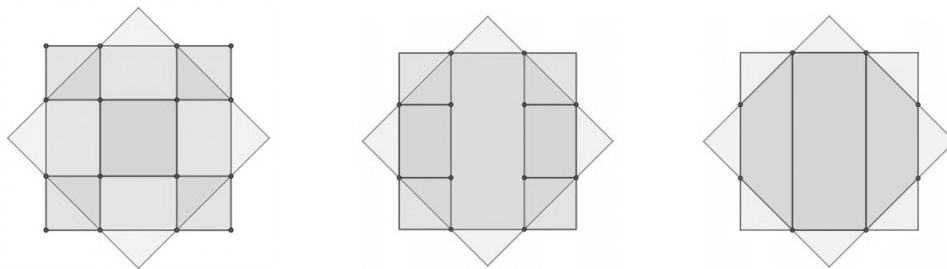
L'area della piastrella grigia: $16 \times 25/2 + 4 \times (5 \times \sqrt{50}) = 200 + 20 \times \sqrt{50}$ (in cm^2) o $(200 + 100\sqrt{2} \approx 340 \approx 341)$

Il rapporto tra le aree (aree bianche / aree grigie) è $(100 + 20\sqrt{50}) / (200 + 20\sqrt{50}) = 1/\sqrt{2} \approx 0,7 \approx 0,71$

Nel caso di misure approssimate, dedotte direttamente dal disegno, col valore 7 cm per l'ipotenusa del triangolino, le misure delle aree diventano (in cm^2) quadrato centrale: $7 \times 7 = 49$; rettangoli: $7 \times 5 = 35$; da cui area grigia: $49 + 4 \times 35 + 4 \times 25 + 4 \times 25/2 = 339$ e area bianca: $49 + 4 \times 35 + 4 \times 25/2 = 239$. Dedurre che il rapporto richiesto è $239/33 \approx 0,7$.

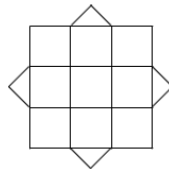
Ci sono ancora numerose maniere di determinare le aree con procedure algebriche o altre scomposizioni delle figure, con riferimento o no al Teorema di Pitagora, utilizzando o no la scrittura $\sqrt{2}$.

L'area della piastrella grigia si può ottenere, per esempio, anche mediante suddivisioni come quelle mostrate in queste figure:



Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (0,7 o 0,71 o un'altra approssimazione o $1/\sqrt{2}$ o $\sqrt{2}/2\dots$) con descrizione chiara e completa della procedura (disegno della scomposizione con dettagli dei calcoli, anche eventualmente a partire dalla misura 7 cm per l'ipotenusa di una "punta", triangolo rettangolo isoscele $5 ; 5 ; \sqrt{2}$)
- 3 Risposta corretta con solo alcuni dettagli della procedura
oppure ricerca corretta delle due aree, ma senza la ricerca del rapporto
oppure risposta errata dovuta a un errore di calcolo: area corretta di uno dei poligoni, la stella ≈ 341 o ≈ 340) oppure la croce (≈ 241 o ≈ 240) con dettagli
- 2 Risposta corretta senza dettagli
oppure risposta errata $175/275 = 7/11 \approx 0,636$ dovuta a un'interpretazione visiva approssimativa delle piastrelle come un quadrato 15×15 (oppure 3×3 quadrati di 5 cm di lato) su quali si incollano o si tagliano quattro triangoli isosceli rettangoli (Si veda figura)
- 1 Area corretta di uno dei poligoni senza alcun dettaglio
oppure calcolo errato delle aree, dovuto a un'interpretazione visiva approssimativa (Si veda la figura) (area della piastrella grigia: $15^2 + 50 = 275$ e area della piastrella bianca: $15^2 - 50 = 175$, senza il rapporto
oppure area di una "punta" con i dettagli
oppure inizio di ricerca coerente (suddivisione corretta dei due poligoni; tentativo di misure su disegno in scala...)
- 0 Incomprensione del problema



Livello: 8, 9, 10

Origine: Gruppo 0⁰ (G0A0)

19. DISEGNO, CHE PASSIONE! (Cat. 9, 10)

In una cartoleria un cartello indica:

- matite colorate 0,25 euro l'una;
- pennarelli 1,50 euro l'uno;
- album da disegno 5 euro l'uno.

Alex, a cui piace molto disegnare, entra nella cartoleria e compra, ai prezzi indicati, una piccola scorta di matite colorate, pennarelli e album da disegno.

Esce dal negozio con 50 oggetti, per i quali ha speso in tutto 50 euro.

Quante matite colorate, quanti pennarelli e quanti album da disegno ha comprato Alex?

Mostrate come avete trovato le vostre risposte.

ANALYSE A PRIORI**Compito matematico**

Trovare i numeri di tre tipi di oggetti sapendo il prezzo unitario in euro di ciascuno (0,25; 1,50, 5), il loro numero totale (50) e il prezzo per acquistarli tutti (50).

Analisi del compito

- Comprendere che ci sono 50 oggetti comprati, per 50 euro, che si conosce il prezzo di 1 matita colorata (0,25), di un pennarello (1,50) e di un album (5), ma che non si sa quanti sono gli oggetti di ogni tipo.
- Capire che si devono cercare tre numeri naturali la cui somma è 50 e che moltiplicati, rispettivamente, per 0,25, per 1.50 e per 5 danno come somma 50.
- Esprimere le relazioni tra le grandezze in gioco contenute nel testo. Per esempio, indicati con m , p , a , rispettivamente, il numero di matite, il numero di pennarelli ed il numero di album acquistati, scrivere le due equazioni $m + p + a = 50$ e $0,25 m + 1,50 p + 5 a = 50$.

Constatare che si tratta di un sistema (lineare) di due equazioni in tre incognite di cui solo le soluzioni intere positive interessano (altrimenti ce ne sarebbero in numero infinito). Impostare il sistema di equazioni, per esempio, rappresentando con a le due equazioni in m e p e risolverlo (con un metodo qualunque), e ottenere le espressioni in m e p : $m = 20 + (14/5) a$; $p = 30 - (19/5) a$. Capire che il solo valore accettabile, per ottenere risultati positivi, è $a = 5$.

Concludere che Alex compra **34 matite** (20 + 14), **11 pennarelli** (30 - 19) e **5 album da disegno**.

Oppure

- Procedere per tentativi più o meno organizzati rispettando i vincoli indicati. Per esempio, considerare che comprare un album costa 5 euro e che non si possono comprare più di 8 album, provare con 4 album (20 euro) e controllare se si potrebbero comprare 46 oggetti (matite e pennarelli), e continuare con le verifiche se le risposte saranno negative. Arrivare a scoprire che comprando 5 album, c'è soltanto la possibilità di comprare ancora 45 oggetti con i 25 euro restanti: **34 matite** e **11 pennarelli** ($25 = 0,25 \times 34 + 1,50 \times 11$). Questo risultato chiede di procedere ancora per tentativi, e ciò aumenta la probabilità di non riuscire o di fare errori di calcolo.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (34 matite, 11 pennarelli, 5 album da disegno) con una spiegazione chiara e completa della procedura seguita (l'indicazione delle incognite, la messa in formula e la risoluzione algebrica del sistema ben presentato, o la traccia esaustiva dei tentativi e dei calcoli che sono stati fatti)
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara del procedimento seguito
- 2 Risposta corretta senza spiegazione
oppure la procedura corretta e un risultato sbagliato a causa di un errore di calcolo
oppure risposta corretta con solo la verifica per 34 matite, 11 pennarelli e 5 album
($34 \times 0,25 + 11 \times 1,50 + 5 \times 5,00 = 50$)
- 1 Inizio corretto di ricerca (tentativi che mostrano di aver compreso i vincoli del problema, ma senza riuscire ad arrivare alla soluzione
oppure l'impostazione del sistema e alcuni tentativi che non portano alla soluzione corretta)
- 0 Incomprensione del problema (per esempio, tentativi che non considerano i vincoli del problema)

Livelli: 9, 10

Origine: Siena