

## 11° Rally Matematico Transalpino, prima prova

N°	titolo	livello								ambito concettuale*					Origine
		3	4	5	6	7	8	Ar	Alg	Ge	Lo	Co			
1	Fontanelle	3									x		xx	Si	
2	Il vecchio contachilometri	3	4					xx						C.I	
3	Funghi	3	4								xx			PgCa	
4	Cammini	3	4					xx		x				C.I	
5	I salti di Félix	3	4	5				x					xx	LU	
6	Paolo e Pietro		4	5				xx						Lo	
7	Il ragnetto		4	5	6						xx			Si	
8	La carovana			5	6			xx			x			C.I	
9	Il vecchio contachilometri			5	6			xx						C.I	
10	Il signor Girasole			5	6	7		xx	x	x				Ca	
11	Lancio del sasso			5	6	7	8	x				x	x	Si	
12	Lo stenditoio				6	7	8	x	x	x				Pr	
13	Griglie				6	7	8	x	x					SR	
14	Pappagallini colorati					7	8		x		x			Si	
15	L'aiuola fiorita					7	8	xx			x			Ti	
16	L'inseguimento					7	8	xx			xx			Si	
17	L'allenamento di basket						8				xx			Si	

\* ambito concettuale : aritmetica (Ar), algebra (Alg), geometria (Ge), logica (Lo), combinatoria (Co)

x : implicazione debole

xx : implicazione forte

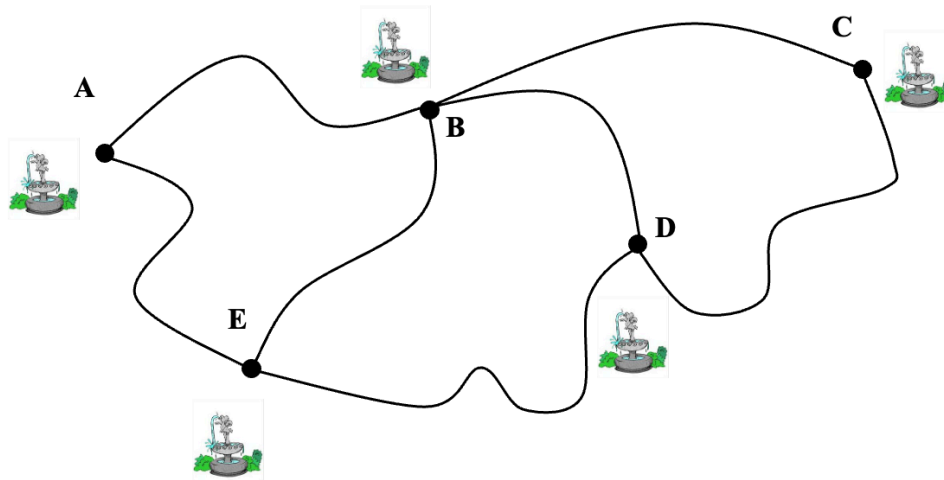
I problemi del RMT sono protetti da diritti di autore.

Per un'utilizzazione in classe deve essere indicata la provenienza del problema inserendo la dicitura "©ARMT".

Per un'utilizzazione commerciale, ci si può mettere in contatto con i coordinatori internazionali attraverso il sito Internet dell'associazione del Rally Matematico Transalpino (<http://www.armtint.org>).

## 1. FONTANELLE (Cat. 3)

Il signor Bevilacqua ogni mattina passa a bere un po' d'acqua da ciascuna delle 5 fontane del paese di Fontanelle.



Egli segue le strade del disegno. Parte sempre dalla fontana A senza mai ritornare ad una fontana già visitata.

**Quanti percorsi diversi il signor Bevilacqua può fare per visitare tutte le fontane di Fontanelle?**

**Descriveteli in modo chiaro e preciso.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Geometria: localizzazione, percorsi
- Combinatoria: capacità di procedere in modo sistematico

#### Analisi del compito

- Comprendere che il giro completo delle fontane consiste nel partire da A e passare una sola volta da tutte le altre fontane, secondo le possibilità offerte dai collegamenti.
- Provare per tentativi a completare il giro e rendersi conto che ci possono essere più possibilità.
- Capire la necessità di un metodo sistematico per individuare tutti i possibili percorsi che uniscono la fontana A alle altre fontane B, C, D, E.
- Usare un diagramma ad albero per indicare i possibili percorsi, o colorare i percorsi in modo diverso in altrettante copie del disegno o indicare i percorsi con colori diversi sullo stesso disegno.
- Rendersi conto che sono 6 i percorsi completi possibili: A-B-C-D-E, A-B-E-D-C, A-E-B-C-D, A-E-B-D-C, A-E-D-B-C, A-E-D-C-B. Verificare anche che due itinerari, inizialmente possibili, A-B-D-C e A-B-D-E, non permettono di completare il giro perché toccano solo quattro fontane.

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta, 6 percorsi, con descrizione precisa
- 3 Risposta 8 percorsi, comprensiva dei 2 incompleti, con descrizione dettagliata oppure risposta 6 percorsi, con descrizione poco chiara (ad esempio, tutti i colori sovrapposti poco distinguibili)
- 2 Indicati con precisione 4 o 5 percorsi corretti
- 1 Indicati con precisione 2 o 3 percorsi corretti oppure risposta 6 percorsi, senza alcuna descrizione
- 0 Incomprensione del problema o indicato solo un percorso

**Livello:** 3

**Origine:** Siena

## 2. IL VECCHIO CONTACHILOMETRI (Cat. 3, 4)

Alfonso ha sulla sua automobile un vecchio contachilometri che fa degli strani rumori a ogni chilometro, ogni volta che compare una nuova cifra. Il contachilometri

- fa "cric" ogni volta che cambia la cifra di destra,
- fa "crac" ogni volta che cambia la cifra di mezzo,
- fa "rrmt" ogni volta che cambia la cifra di sinistra.

Oggi Alfonso va a fare una gita in automobile.  
Egli mette a zero il suo contachilometri:

0	0	0
---	---	---

Ecco il contachilometri dopo 13 chilometri. Ha già fatto 14 rumori: 13 "cric" e 1 "crac":

0	1	3
---	---	---

Al suo ritorno, il contachilometri segna 127 chilometri:

1	2	7
---	---	---

**Quanti rumori ha sentito in tutto Alfonso durante la sua gita in automobile?**

**Spiegate come li avete trovati e dite quanti "cric" quanti "crac" e quanti "rrmt" ha sentito Alfonso.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Aritmetica: numerazione, differenza tra numero e cifra, regolarità

#### Analisi del compito

- Comprendere il funzionamento dell'oggetto "contachilometri", nel senso di passare dall'oggetto meccanico alla successione dei numeri naturali scritti con tre cifre.
- Scrivere i primi numeri 001, 002, 003, 004, ... e contare i cambiamenti, poi constatare che da 009 a 010 ci sono due cambiamenti, un "cric" e un "crac".
- Andando avanti verificare i rumori dello 013 dell'esempio, poi continuare, evidenziando la regola <<ogni decina, 11 rumori>>.
- Passare il centinaio aggiungendo un rumore, "rrmt", alla regola precedente.
- Effettuare il conto finale: 127 "cric", 12 "crac" e 1 "rrmt", cioè 140 rumori;  
oppure: comprendere che i "cric" sono 127, tanti quante le unità; i "crac" sono 12, quante le decine, gli "rrmt" sono 1, come le centinaia e quindi trovare 140 rumori in tutto

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta e completa con l'indicazione di tutti i rumori (140, 127, 12 e 1) e qualche spiegazione (disegno di tutti i numeri, successione 11, 22, 33, 44, ..., 99, 110, ...)
- 3 Risposta corretta e completa senza spiegazione o risposta 140 con spiegazione ma senza distinzione dei differenti rumori
- 2 Risposta con un solo errore di calcolo o di conteggio
- 1 Risposta 127 o 139 o 128 per aver dimenticato le decine e/o le centinaia oppure inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 3 – 4

**Origine:** Coordinatori internazionali

**3. FUNGHI** (Cat. 3, 4)

Andrea, Roberto, Daniele e Francesco hanno raccolto dei funghi nel bosco.

- Francesco ne ha trovati più di Daniele.
- Andrea ne ha meno di Daniele.
- Andrea e Roberto hanno insieme tanti funghi quanti quelli che hanno insieme Daniele e Francesco.

**Chi ha trovato più funghi? Chi ne ha trovati di meno?**

**Spiegate le vostre risposte.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Logica e ragionamento: deduzione, seriazione e compensazione

**Analisi del compito**

- Comprendere ed interpretare correttamente le tre informazioni.
- Rappresentare o immaginare le due relazioni d'ordine:  $F > D$ ;  $A < D$  e combinarle per ottenere la successione dei tre bambini A, D e F:  $A < D < F$ .
- Interpretare l'uguaglianza  $A + R = D + F$  e metterla in relazione con la successione precedente attraverso una compensazione del tipo: poiché D ed F ne hanno ciascuno più di A, occorrerà che R ne abbia più di D e di F per compensare;
- o lavorare a partire da esempi numerici con ipotesi del tipo: se A ne ha 3, D ne ha 5 e F ne ha 6, allora R deve averne 8 perché  $5 + 6 = 11$  e  $3 + 8 = 11$ , ripetute parecchie volte per convincersi della successione  $A < D < F < R$ .
- Esprimere la risposta: è Roberto che ha più funghi e Andrea che ne ha di meno.

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 La risposta giusta e completa (Roberto ne ha di più e Andrea ne ha di meno) con spiegazioni (disegno, frasi o esempi numerici) in cui appare la successione completa
- 3 La risposta giusta e completa (Roberto ne ha di più e Andrea ne ha di meno) con spiegazione incompleta, o una sola delle risposte con delle spiegazioni che mostrano che la successione è determinata interamente, o un esempio numerico corretto con i dettagli di tutta la successione, ma senza esplicitare i due nomi richiesti
- 2 Una risposta parziale in cui si vede però che la relazione additiva è stata presa in considerazione, oppure la risposta giusta e completa senza alcuna spiegazione
- 1 Una risposta molto incompleta che dà solo la successione di tre ragazzi, per esempio, è A che ne ha di meno e F che ne ha di più
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 3 – 4

**Origine:** Cagliari (Perugia)

**4. CAMMINI** (Cat. 3, 4)

Dovete andare dalla zona A alla zona B e poi ritornare da B ad A, passando sempre da una mattonella ad un'altra vicina.

All'andata, dovete passare solo su sette mattonelle e dovete fare in modo che la somma dei numeri riportati su di esse sia la più grande possibile.

Al ritorno, potete passare su più di sette mattonelle, ma la somma dei loro numeri deve essere la più piccola possibile.

A					
4	10	14	8	10	14
8	13	10	4	14	9
7	7	6	5	11	7
12	16	5	12	9	8
7	9	2	3	12	14
12	6	10	10	4	9
8	9	4	6	11	10
B					

**Colorate il cammino da A a B attraverso le sette mattonelle che danno la somma più alta e scrivete i vostri calcoli.**

**Colorate di un altro colore il cammino di ritorno, da B ad A, attraverso le mattonelle che danno la somma più bassa e scrivete i vostri calcoli.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Aritmetica: addizione, compensazioni, ordinamento in N
- Geometria: spostamenti, vicinanza, ...

**Analisi del compito**

- Comprendere la regola del cammino.
- Immaginare i differenti cammini (di andata e di ritorno) e calcolare tutte le somme corrispondenti.
- Trovare i cammini richiesti per confronti e compensazioni termine a termine.

**Attribuzione dei punteggi**

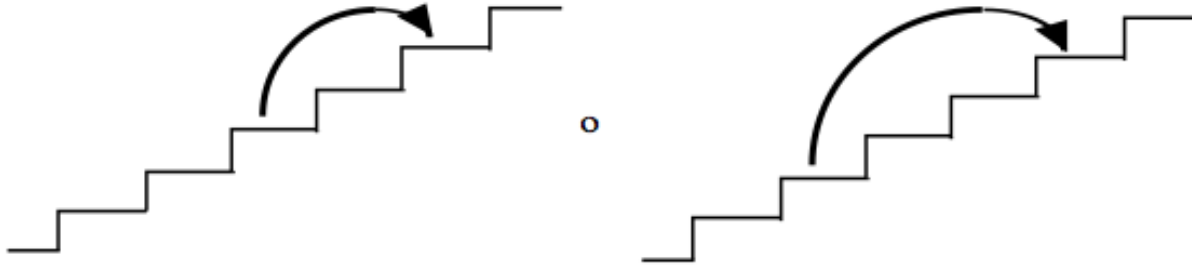
- 4 Risposte corrette e complete (il disegno dei cammini e i calcoli corrispondenti). Il massimo all'andata: 77 (10, 14, 11, 8, 14, 9, 11); il minimo al ritorno: 38 (6, 4, 3, 2, 5, 6, 4, 8)
- 3 Risposte corrette senza i calcoli o senza il disegno
- 2 Una delle due risposte ottimali, l'altra non lo è ma è prossima (39 o 40 e 76 o 75) e i calcoli sono corretti oppure solo le risposte ottimali senza disegno né calcoli
- 1 Nessuna delle due risposte è ottimale, ma i calcoli sono corretti
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 3 – 4

**Origine:** Coordinatori internazionali, da un problema classico di cammini

## 5. I SALTI DI FELIX (Cat. 3, 4, 5)

Per conservare la sua forma fisica, il gatto Felix salta fino in cima ad una scala che ha 11 gradini. Con ciascun salto, Felix, sale contemporaneamente 2 o 3 gradini.



**Con quali sequenze di salti Felix può raggiungere l'undicesimo gradino?  
Elencate tutte le soluzioni differenti che avete trovato.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e moltiplicazioni
- Combinatoria

#### Analisi del compito

- Trovare tutte le somme i cui addendi sono solo 2 o 3 e il cui risultato è 11.
- Comprendere che il gradino "11" non può essere raggiunto con soltanto salti di 2, né solo con salti di 3 e che quindi Felix deve mescolare i due tipi di salti.
- Provare a ripartire i diversi salti in qualche categoria, per es. descrivere le sequenze comprendenti tre salti grandi (da 3), successivamente quelle comprendenti un solo salto grande.
- Indicare per ogni categoria le diverse sequenze di salti possibili.

categoria 1		categoria 2	
$3 \times 3 + 1 \times 2$	4 successioni possibili: 3+3+3+2 ; 3+3+2+3 3+2+3+3 ; 2+3+3+3	$1 \times 3 + 4 \times 2$	5 successioni possibili: 3+2+2+2+2 ; 2+3+2+2+2 ; 2+2+3+2+2 ; 2+2+2+3+2 ; 2+2+2+2+3

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Le 9 possibilità con spiegazioni chiare o elenco di tutte le successioni possibili o rappresentazioni con disegni
- 3 9 possibilità con spiegazioni incomplete oppure 7 o 8 possibilità ben dettagliate
- 2 5 o 6 possibilità ben dettagliate oppure 7 o 8 possibilità con spiegazioni poco chiare o incomplete
- 1 3 o 4 possibilità ben dettagliate, oppure 5 o 6 possibilità con spiegazioni poco chiare o incomplete.
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 3 – 4 – 5

**Origine:** Luxembourg

**6. PAOLO E PIETRO** (Cat. 4, 5)

Paolo è nato quando suo padre Pietro aveva 26 anni.

Oggi, se si addizionano le loro età si ottiene 60.

**Quanti anni hanno oggi Paolo e Pietro?**

**Spiegate come avete ottenuto il risultato.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Aritmetica

**Analisi del compito**

- Comprendere che ci sono due successioni aritmetiche che procedono parallelamente, comprendere che la prima parte da 0 e la seconda da 26 e scrivere le due successioni arrestandosi quando la somma dei valori in esse corrispondenti è 60.
- Oppure: comprendere che 60 è la somma di 26 e del doppio dell'età di Paolo; quindi Paolo ha  $(60 - 26) : 2 = 17$  anni e Pietro ne ha  $26 + 17 = 43$ .
- Oppure: comprendere che lo scarto tra le due età è 26 e che la somma è 60 e cercare per tentativi successivi due numeri la cui somma è 60 e la differenza 26.
- Oppure: cercare progressivamente, tra la coppie di numeri la cui somma è 60, quella per la quale lo scarto tra i due numeri è 26.

**Attribuzione dei punteggi**

Risposta corretta (Paolo 17 anni e Pietro 43) e ben giustificata (lista dei tentativi, un ragionamento tipo analisi del compito, ...) che chiarisce che la soluzione è unica

- 3 Risposta corretta con solo verifica (non esplicitando come è stata trovata la risposta, né se è unica)
- 2 Procedimento corretto, ma errori di calcolo oppure risposta corretta senza alcuna giustificazione né verifica
- 1 Tentativi di procedimenti per la risoluzione
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 4 – 5

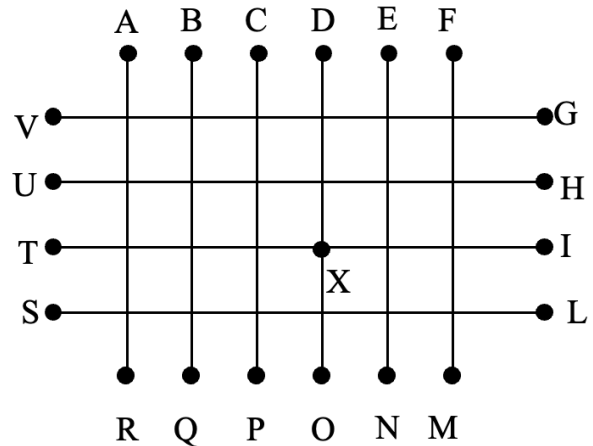
**Origine:** Lodi

## 7. IL RAGNETTO (Cat. 4, 5, 6)

### 7. IL RAGNETTO (Cat. 4, 5, 6)

Un ragnetto cammina lungo i fili di una rete di recinzione. Parte da uno dei punti indicati in figura con A, B, C ..., U, V e raggiunge l'incrocio X, dove si ferma per costruire la sua ragnatela. Lungo il suo cammino si comporta così:

- primo incrocio: prosegue dritto;
- secondo incrocio: va a sinistra;
- terzo incrocio: va a sinistra;
- quarto incrocio: va a destra;
- quinto incrocio: va a destra;
- sesto incrocio: prosegue dritto;
- settimo incrocio: va a destra;
- ottavo incrocio: si ferma.



**Quali sono i punti da cui il ragnetto può esser partito?**

**Disegnate i possibili percorsi del ragnetto.**

#### ANALISI A PRIORI

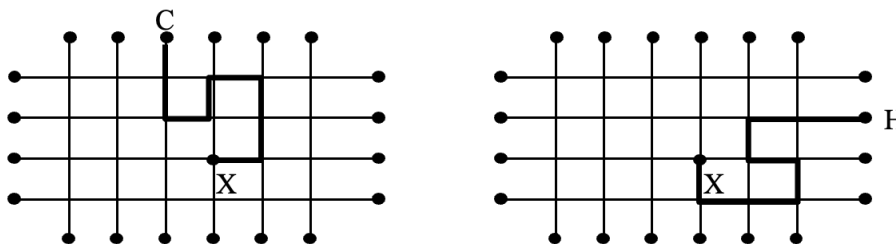
##### Ambito concettuale

Geometria: percorsi, orientamento su una mappa, destra-sinistra, rotazioni.

##### Analisi del compito

Si può affrontare il problema secondo due ottiche diverse:

- eseguire i comandi partendo ogni volta da punti diversi della griglia, scartare i percorsi che non portano all'incrocio X ed individuare i 2 percorsi possibili, cioè quelli in partenza da C ed H come in figura:



- oppure: seguire i comandi a ritroso partendo dal punto X (si tratta d'invertire destra e sinistra) e accorgersi che ci sono 2 possibili percorsi.

##### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta e completa (i due punti C e H) e il disegno dei 2 possibili percorsi
- 3 Risposta corretta (C, H) e il disegno di uno solo dei 2 percorsi
- 2 Indicati 1 o 2 percorsi corretti, insieme ad altri non corretti oppure risposta "C, H" senza i percorsi
- 1 Individuazione di 1 o più percorsi contenenti ciascuno un solo errore di direzione
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 4 – 5 – 6

**Origine:** Siena



**8. LA CAROVANA** (Cat. 5, 6)

Ali e Fatima guardano passare una carovana di asini e di cavalli.

Ci sono anche degli uomini, che sono tutti sui cavalli.

Su ogni cavallo c'è un solo uomo con una cassa dietro di lui.

Su ogni asino ci sono solo due casse.

Ali conta le zampe degli animali e ne trova 52.

Fatima conta le casse: ce ne sono 21 in tutto.

**Quanti uomini ci sono in questa carovana?**

**Spiegate la vostra risposta.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Aritmetica: le quattro operazioni
- Organizzazione logica di una soluzione di tipo "equazione"

**Analisi del compito**

- Trovare il numero di animali mediante la divisione  $52 : 4 = 13$ , o mediante moltiplicazione "lacunare" (in cui, cioè, occorre determinare uno dei fattori), o mediante addizione di termini "4" o mediante disegno.
- Rendersi conto che la ricerca del numero di uomini porta a trovare il numero di cavalli o ancora il numero di animali con una cassa; successivamente, che il numero delle casse è superiore a quello degli animali ma che non può oltrepassare il doppio del numero degli animali.
- Cominciare la ricerca che può svilupparsi:
  - con tentativi successivi casuali o organizzati;
  - con il disegno, distribuendo le prime 13 casse su ogni animale e poi le altre, o piazzandone due per animale e togliendo quelle che sono di troppo;
  - con dei ragionamenti analoghi a quelli delle procedure del disegno, ma senza supporto grafico.
- Constatare che se ci fossero 13 asini e nessun cavallo, ci sarebbero 26 casse: troppe. Diminuire il numero degli asini e aumentare quello dei cavalli fino ad ottenere 8 asini e 5 cavalli che è l'unica situazione compatibile con i dati del problema.
- Oppure : cominciare con una divisione per due del numero delle casse o del numero degli animali e arrotondare ad un numero naturale (11 casse sui cavalli e 10 sugli asini o 6 cavalli e 7 asini) poi procedere agli adattamenti necessari per arrivare a 5 cavalli e 8 asini.
- Trascrivere la risposta in numero di uomini: 5 cavalli -> 5 uomini.

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta corretta completa (5 uomini) con spiegazione esauriente (anche disegno o tabella)
- 3 Risposta "8 asini e 5 cavalli" senza il numero degli uomini o risposta giusta, con spiegazione insufficiente
- 2 Uno o più tentativi di distribuzione, non rispettanti solo una delle condizioni dell'enunciato oppure risposta 5 uomini senza alcuna spiegazione
- 1 Scoperta solo del numero degli animali (13), ma errore nella ripartizione delle casse
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 5 – 6

**Origine:** Coordinatori internazionali (Adattamento del problema <<Cammelli e dromedari>>, 5° RMT, in funzione della sua analisi dei risultati)

## 9. IL VECCHIO CONTACHILOMETRI (Cat. 5, 6)

Alfonso ha sulla sua automobile un vecchio contachilometri che fa degli strani rumori a ogni chilometro, ogni volta che compare una nuova cifra. Il contachilometri

- fa "cric" ogni volta che cambia la cifra di destra,
- fa "crac" ogni volta che cambia la cifra di mezzo,
- fa "rrmt" ogni volta che cambia la cifra di sinistra.

Oggi Alfonso va a fare una gita in automobile.  
Egli mette a zero il suo contachilometri:

0	0	0
---	---	---

Ecco il contachilometri dopo 13 chilometri. Ha già fatto 14 rumori: 13 "cric" e 1 "crac":

0	1	3
---	---	---

Alla fine della gita, Alfonso ha sentito in tutto 140 rumori.

**Quanti chilometri ha percorso Alfonso?**

**Spiegate come li avete trovati.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Aritmetica: numerazione, differenza tra numero e cifra

#### Analisi del compito

- Comprendere il funzionamento dell'oggetto "contachilometri", nel senso di passare dall'oggetto meccanico alla successione dei numeri naturali scritti con tre cifre.
- Scrivere i primi numeri 001, 002, 003, 004, .... e contare i cambiamenti, poi constatare che da 009 a 010 ci sono due cambiamenti, un "cric" e un "crac".
- Andando avanti verificare i rumori dello 013 dell'esempio, poi continuare, evidenziando la regola <<ogni decina, 11 rumori>>
- Osservare che ogni chilometro corrisponde ad un "cric" e costruire eventualmente una tabella del tipo:
 

"cric" o km	1	...	10	11	...	13	...	20	...	30	100	110	120
"crac"	0	...	1	1	...	1	...	2	...	3	10	11	12
"rrmt"	0	...	0	0	...	0	...	0	...	0	1	1	1
totale	1		11	12	...	14	...	22	...	33	111	122	133
- e notare che a questo punto i rumori sono  $120 + 12 + 1 = 133$  e che quindi mancano ancora 7 "cric" per ottenere 140. In definitiva si hanno 127 "cric", cioè 127 km.
- Oppure procedere con altri tentativi organizzati (per decine, per centinaia, per gruppi di 11 rumori, ...)

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (127) con spiegazione (tabella o tentativi effettuati)
- 3 Risposta corretta con solo verifica
- 2 Risposta vicina a 127, con un errore di conto oppure risposta corretta senza spiegazione
- 1 Inizio di ricerca organizzata
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 5 – 6

**Origine:** Coordinatori internazionali

## 10. IL SIGNOR GIRASOLE (Cat. 5, 6, 7)

Il Signor Girasole si reca in automobile da casa al suo ufficio. Solo quando si trova a metà strada si accorge che la spia del livello della benzina lampeggia e che il suo serbatoio è quasi vuoto.

Decide allora di tornare indietro fino al distributore di benzina che è situato a metà del tragitto già percorso.

Dopo avere fatto il pieno di carburante riparte in direzione del suo ufficio. Quando arriva, constata che il suo contachilometri indica 24 km. L'aveva azzerato la mattina, partendo da casa sua.

**A quale distanza da casa si trova l'ufficio del Signor Girasole?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

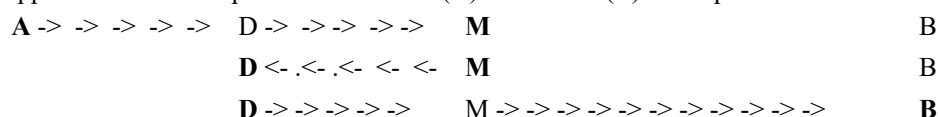
### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e sottrazioni: frazioni elementari
- Algebra: approccio alle equazioni
- Geometria: rappresentazione di uno spostamento

#### Analisi del compito

- Immaginare o rappresentare il tratto percorso dalla casa (A) all'ufficio (B) con il punto di mezzo M e il distributore D



(nella rappresentazione rispettare i rapporti delle distanze tra i vari punti)

- Comprendere che i chilometri percorsi equivalgono a  $1/2 + 1/4 + 1/4 + 1/2 = 6/4$  della distanza casa-ufficio, oppure a una volta e mezzo tale distanza cioè a  $3/2$
- Cercare il valore di un quarto del percorso:  $24:6=4$  e dedurre  $AB = 4 \times 4=16$  (Km) o stabilire questo direttamente sul disegno, o procedere per tentativi con adattamenti successivi. Per esempio:  $AB=20$ , percorso:  $10+5+5+10=30$  (troppo grande);  $AB=12$ , percorso:  $6+3+3+6=18$  (troppo piccolo);  $AB=14$ , percorso:  $7+3,5+3,5+7=21$  ancora troppo piccolo;  $AB=16$ , percorso  $8+4+4+8=24$  accettabile;  
o a partire da  $3/2AB=24$  e quindi  $1/2AB=24:3=8$  da cui  $AB=8 \times 2=16$ ;  
o passare a una procedura del genere  $1/2d + 1/4d + 1/4d + 1/2d = 24$  e risolvere per via algebrica o per tentativi successivi su d;  
o cercare il numero che aggiunto alla sua metà sia uguale a 24.
- Esprimere la distanza **AB** e verificare il risultato

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (16 Km) con spiegazione chiara o disegno accompagnato da indicazioni numeriche che testimoniano i vari tentativi
- 3 Risposta corretta con spiegazione insufficiente oppure con la sola verifica
- 2 Solo la risposta senza alcuna spiegazione o risposta errata ( $4/5$  di 24, cioè 19,6) dovuta a confusione tra  $3/4$  e  $1/2$  per l'ultimo tratto da D a B (dimenticanza del ritorno da D a M)
- 1 Tentativi non fruttuosi con disegno impreciso o calcoli incompleti
- 0 Risposta 24 o incomprensione del problema

**Livello:** 5 – 6 – 7

**Origine:** Cagliari

**11. LANCIO DEL SASSO** (Cat. 5, 6, 7, 8)

Andrea e Bruno hanno trovato un vecchio cerchio di ferro. Lo legano ad un ramo di un albero e giocano cercando di tirare dei sassi dentro il cerchio. Decidono poi di fare una gara e stabiliscono il punteggio secondo queste regole:

- si guadagna un punto per ogni centro, cioè per ogni sasso che passa all'interno del cerchio senza toccarlo;
- si perde mezzo punto per ogni sasso che passa all'esterno del cerchio senza toccarlo;
- non si perdono né si guadagnano punti per ogni sasso che tocca il cerchio.

Dopo dodici tiri ciascuno, Andrea e Bruno hanno entrambi totalizzato 6 punti, entrambi hanno toccato il cerchio, ma Andrea lo ha toccato più volte di Bruno.

**Quanti centri ha fatto Andrea? E quanti Bruno?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Logica e combinatoria: capacità di controllare contemporaneamente più condizioni; ipotizzare e dedurre.
- Aritmetica: addizione, sottrazione

**Analisi del compito**

- Analizzare in quanti modi si può totalizzare punteggio 6 con 12 tiri e dedurre subito che bisogna aver fatto un numero di centri  $\geq 6$ . A tal punto si possono avere queste situazioni:  
6 volte centro e 6 volte toccato il cerchio ( $1+1+1+1+1+1+0+0+0+0+0+0=6$ )  
7 volte centro, 2 volte fuori e 3 volte toccato il cerchio ( $1+1+1+1+1+1+1-1/2-1/2+0+0+0=6$ )  
8 volte centro e 4 volte fuori ( $1+1+1+1+1+1+1+1-1/2-1/2-1/2-1/2=6$ )  
Sono gli unici casi possibili con punteggio 6. Infatti con 9 centri, anche ammettendo che i restanti tre tiri siano andati fuori, si fanno 7,5 punti.
- Dedurre che il caso 8 centri va escluso (non è stato mai toccato il cerchio) e che Andrea ha fatto 6 centri mentre Bruno ne ha fatti 7

**Attribuzione dei punteggi**

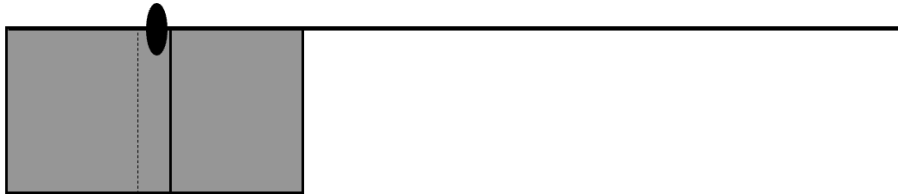
- 4 Risposta corretta: Andrea 6 centri e Bruno 7 con spiegazione
- 3 Risposta corretta senza spiegazione esauriente; oppure 6 Bruno e 7 Andrea con spiegazione coerente
- 2 Risposta corretta con la sola verifica oppure trovate solo due delle tre possibilità che con 12 tiri danno 6 punti
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 5 – 6 – 7 – 8

**Origine:** Siena

## 12. LO STENDITOIO (Cat. 6, 7, 8)

La signorina Primavera vuole stendere 9 fazzoletti quadrati di 32 cm di lato su un filo lungo 2,50 m. Inizia a disporre i primi due fazzoletti sovrapponendoli leggermente e fissandoli con una molletta.



Ma, volendo fare un lavoro ordinato e utilizzare tutta la lunghezza del filo, si chiede:  
**per quanti centimetri due fazzoletti affiancati si dovrebbero sovrapporre?**  
**Spiegate il vostro ragionamento.**

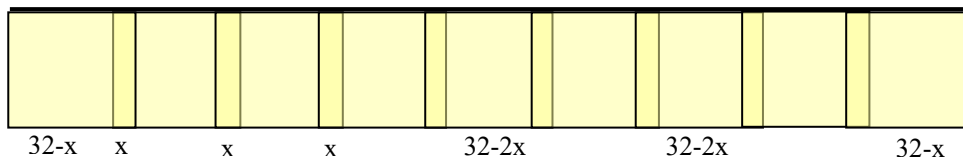
### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale:

- Geometria: quadrato, rettangolo
- Aritmetica: le quattro operazioni
- Algebra: equazioni di primo grado

#### Analisi del compito

- Comprendere la corretta disposizione finale dei fazzoletti e osservare che si formano otto sovrapposizioni:



- Osservare che, se non ci fossero sovrapposizioni, i fazzoletti occuperebbero  $(32 \times 9) \text{ cm} = 288 \text{ cm}$  e che la differenza  $(288 - 250) \text{ cm} = 38 \text{ cm}$  deve essere distribuita nelle otto sovrapposizioni, per cui ciascuna risulta di  $(38:8) \text{ cm} = 4,75 \text{ cm}$ .
- Oppure scegliere un'incognita, ad esempio, con riferimento alla figura precedente, indicare con  $x$  ciascuna delle sovrapposizioni. Impostare l'equazione  $2(32 - x) + 8x + 7(32 - 2x) = 250$  e risolverla ottenendo la soluzione  $x = 38/8 = 4,75$ .
- O ancora procedere per tentativi, fissando in un disegno in scala i due fazzoletti laterali, la cui posizione è obbligata, e considerando le diverse posizioni degli altri.

#### Attribuzione dei punteggi

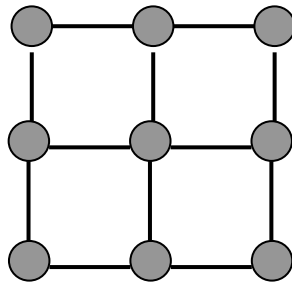
- 4 Risposta corretta con spiegazione esauriente (risoluzione aritmetica, algebrica o geometrica)
- 3 Risposta corretta, ma spiegazione poco chiara o incompleta oppure con solo verifica
- 2 Procedimento corretto ma non concluso o con un errore di calcolo (es. corretta impostazione dell'equazione, non risolta o risolta con un errore di calcolo)
- 1 Inizio di ragionamento corretto (es. rappresentazione della situazione con un disegno) o tentativo di ragionamento errato (es. errata impostazione dell'equazione) oppure risposta  $38/9$  corrispondente all'errore di considerare 9 sovrapposizioni in luogo di 8
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 6 – 7 – 8

**Origine:** Parma

**13. GRIGLIE** (Cat. 6, 7, 8)

Per costruire questa griglia di 2 x 2 quadrati, Leo ha utilizzato 9 palline di pasta da modellare e 12 fiammiferi.



Per fare una griglia di 3 x 3 quadrati, avrà bisogno di 16 palline e di 24 fiammiferi.

Leo vuole costruire una griglia quadrata con 289 palline di pasta da modellare.

**Di quanti fiammiferi avrà bisogno?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: successioni di numeri

Algebra: ricerca di una formula

**Analisi del compito**

- Disegnare delle griglie di quadrati 3 x 3, 4 x 4, 5 x 5, ... 16 x 16, e contare le palline
- o costruire una tabella del genere:

griglia	1 x 1	2 x 2	3 x 3	4 x 4	5 x 5	6 x 6	7 x 7	8 x 8	
Palline	4	9	16	25	36	49	64	81	...
Fiammiferi	4	12	24	40	60	84	112	144	...

Notare che il numero delle palline corrisponde alla successione dei numeri quadrati e che il numero di fiammiferi si ottiene addizionando il numero dei fiammiferi della configurazione precedente alla differenza tra quest'ultimo e quello della configurazione ancora precedente e aggiungendo 4 o osservare che si può aggiungere 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, .... per trovare il numero dei fiammiferi.

- Oppure notare che (vedi tabella) se la griglia è composta da  $i \times i$  quadrati le palline sono  $(i+1)(i+1)$  e i fiammiferi sono  $2i(i+1)$
- Oppure cercare una formula che permetta di risolvere il problema qualunque sia il numero di quadrati di cui è composta la griglia: se  $n$  è il numero di palline allora  $2(n - \sqrt{n})$  è il numero dei fiammiferi.

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Soluzione corretta (544 fiammiferi) con spiegazione esauriente (che può anche essere un disegno, una tabella o una formula).
- 3 Soluzione corretta senza spiegazione
- 2 Procedura corretta e ben spiegata ma con un errore di calcolo o con una dimenticanza all'interno della successione dei numeri.
- 1 Inizio della costruzione della successione, ma ricerca non terminata; oppure indicate solo le dimensioni della griglia (16x16)
- 0 Incomprensione del problema.

**Livello:** 6 – 7 – 8

**Origine :** Suisse Romande

**14. PAPPAGALLINI COLORATI** (Cat. 7, 8)

Si sono schiuse le uova deposte dai pappagalli di Marco. Ogni uccellino appena nato è di un solo colore: giallo, rosso, verde o blu.

Marco osserva che i nuovi nati sono:

- tutti rossi tranne 15,
- tutti gialli tranne 12,
- tutti verdi tranne 14,
- tutti blu tranne 13.

**Quanti sono i nuovi pappagallini di Marco? E quanti per ogni colore?  
Spiegate il vostro ragionamento.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Logica: capacità di controllare contemporaneamente più condizioni e di passare da una proposizione alla sua negazione

Algebra: equazioni, sistemi

**Analisi del compito**

- Rendersi conto che il numero  $n$  dei pappagallini è  $>15$  e procedere per tentativi:
  - se  $n = 16$  allora ci sarebbe 1R (16-15), ma in tal modo, per le condizioni successive, ci sarebbero anche 4G, 2V e 3B e la loro somma sarebbe 10 e non 16;
  - se  $n = 17$  allora ci sarebbero 2R (17-15), ma anche 5G, 3V 4B e la somma sarebbe 14 e non 17;
  - se  $n = 18$  ci sarebbero 3R, 6G, 4V e 5B, cioè in totale proprio 18 pappagallini;
- Rendersi conto che  $n = 18$  è l'unica soluzione perché se fosse  $n > 18$  la somma  $R+G+V+B$  sarebbe maggiore di  $n$  (ed il divario tende ad aumentare all'aumentare di  $n$ ).
- Oppure procedere per via algebrica:
  - rendersi conto che dire che sono tutti rossi tranne 15 equivale a dire che i non rossi, cioè i gialli più i verdi più i blu sono 15 e pervenire in tal modo all'equazione  $G+V+B=15$ ;
  - proseguire in modo analogo per gli altri colori e pervenire alle altre tre equazioni  $R+V+B=12$ ;  $R+G+B=14$ ;  $R+G+V=13$ ;
  - risolvere il sistema per sostituzioni successive; oppure accorgersi che sommando membro a membro si ottiene:  $3(R+V+G+B)=15+12+14+13=54$  e quindi dedurre che il numero totale dei pappagallini è 18 (54:3);
- Dedurre quindi che i pappagallini rossi sono  $18-15=3$ ; i gialli sono  $18-12=6$ ; i verdi sono  $18-14=4$ ; i blu sono  $18-13=5$ .

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta corretta (18 pappagallini di cui 3 rossi, 6 gialli, 4 verdi e 5 blu) con spiegazione esauriente
- 3 Risposta corretta con spiegazione poco chiara o solo verifica
- 2 Risposta corretta 18 pappagallini con spiegazione, ma senza specificare il numero di pappagallini per ciascun colore, oppure procedura corretta ma con un errore
- 1 Inizio corretto di ragionamento
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 7 - 8

**Origine:** Siena

**15. L'AIUOLA FIORITA** (Cat. 7, 8)

In un'aiuola ci sono garofani e tulipani; precisamente ci sono 5 garofani ogni 6 tulipani.  
Un violento temporale danneggia 12 fiori di ogni tipo.

Ora nell'aiuola ci sono 3 garofani ogni 4 tulipani.

**Quanti garofani e quanti tulipani c'erano nell'aiuola prima del temporale?**

**Spiegate come avete trovato la soluzione.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Logica
- Aritmetica: divisibilità, rapporti

**Analisi del compito**

- Allestire una tabella delle combinazioni con rapporto 5:6

Garofani	Tulipani
5	6
10	12
15	18
20	24
25	30
30	36
35	42
...	...

- Allestire una tabella con rapporto 3:4

Garofani	Tulipani
3	4
6	8
9	12
12	16
15	20
18	24
21	28
...	...

- Confrontare le due tabelle e scoprire che diminuendo di 12 gli elementi (30, 36) appartenenti al rapporto 5:6 si ottiene una coppia di elementi (18, 24) appartenenti a 3:4. Quindi i garofani sono 30 e i tulipani 36
- Oppure: osservare che con i garofani si possono formare gruppi di 5 e con i tulipani gruppi di 6. Dopo il temporale con i garofani si formano gruppi di 3 e con i tulipani gruppi di 4; rendersi conto che ciò equivale a togliere due fiori da ogni gruppo sia di garofani che di tulipani. Poiché i fiori danneggiati sono stati 12 per ogni tipo, i gruppi sono 6 per ogni tipo. Quindi inizialmente i garofani erano  $6 \times 5 = 30$  e i tulipani  $6 \times 6 = 36$ .

**Attribuzione dei punteggi:**

- 4 Soluzione corretta (30 garofani e 36 tulipani) con spiegazione esauriente
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta oppure con la sola verifica
- 2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione oppure risposta errata (con un solo errore di calcolo) con spiegazione
- 1 Inizio di ragionamento corretto (es. una sola tabella)
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 7 – 8

**Origine:** Canton Ticino



**16. L'INSEGUIMENTO** (Cat. 7, 8)

Durante il suo giro notturno Sem, il poliziotto, vede un ladro allontanarsi dalla gioielleria e immediatamente lo insegue.

All'inizio dell'inseguimento, la distanza fra Sem e il ladro equivale a 18 passi del ladro.

Nel tempo in cui il ladro fa 8 passi, Sem ne fa 5, ma 2 passi di Sem sono lunghi come 5 di quelli del ladro.

**Quanti passi dovrà fare Sem per catturare il ladro?**

**Spiegate il vostro ragionamento**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Logica: capacità di controllare e mettere in relazione più variabili contemporaneamente

Aritmetica: operazioni

Algebra: equazioni

**Analisi del compito**

- Appropriarsi dell'idea che si tratta di "tappe temporali" (un vantaggio di 18 passi all'inizio e, in seguito, ogni volta che il ladro fa 8 passi il poliziotto ne fa 5) e organizzare le tappe, graficamente o con una disposizione strutturata (es. le righe 2 e 3 della tabella che segue)

introdurre poi l'equivalenza delle lunghezze "2 passi del poliziotto equivalgono a 5 passi del ladro" dove i passi di Sem sono stati convertiti in passi del ladro per proporzionalità: 5 passi di Sem = 12,5 passi del ladro (si veda la riga 4 della tabella)

infine confrontare gli spostamenti di Sem e del ladro nella stessa unità (righe 2 e 4 della tabella) per concludere che Sem raggiunge il ladro dopo 50 passi del ladro stesso, cioè dopo 20 passi di Sem.

"tappe"	0	1	2	3	4	5	...
spost. del ladro (passi del ladro)	18	$18+8 = 26$	$26+8 = 34$	42	<b>50</b>	58	...
spost. di Sem (passi di Sem)	0	5	$2 \times 5 = 10$	15	20	25	...
spost. di Sem (passi del ladro)	0	12,5	25	37,5	<b>50</b>	62,5	...

- Oppure risolvere il problema algebricamente, immaginando ad esempio che Sem raggiunga il ladro in  $n$  tappe. Bisogna quindi convertire i passi del ladro in passi di Sem (sostituendo 1 passo del ladro con  $\frac{2}{5}$  o  $0,4$  passi di Sem) e impostare l'equazione  $18 \times 0,4 + (8 \times 0,4)n = 5n$  la cui soluzione è 4 (tappe) corrispondente a 20 passi di Sem
- procedere per tentativi organizzati, per esempio:  
se Sem fa 10 passi ( $2 \times 5$ ), che valgono 25 passi del ladro, quest'ultimo fa 34 passi ( $18 + 2 \times 8$ )... è insufficiente  
se Sem fa 30 passi ( $6 \times 5$ ), che valgono 42 passi del ladro, quest'ultimo fa 66 passi ( $18 + 6 \times 8$ )... è troppo ...

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta corretta (20 passi di Sem), con spiegazione chiara (grafico, tabella, equazione, ...)
- 3 Risposta corretta con spiegazione insufficiente oppure risposta 50 (i passi del ladro) con spiegazione chiara
- 2 Ragionamento corretto ma risposta errata a causa di un errore di calcolo o nella rappresentazione grafica, oppure 20 passi senza alcuna spiegazione
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

**Livello:** 7 – 8

**Origine:** Siena

## 17. L'ALLENAMENTO DI BASKET (Cat. 8)

Ogni volta che Giovanni va in palestra per l'allenamento di basket, sua mamma va a riprenderlo in macchina.

La mamma parte da casa, non si ferma, arriva regolarmente in palestra alla fine dell'allenamento e rientra subito con suo figlio.

Oggi, però, l'allenamento è finito con molto anticipo e Giovanni, invece di far arrivare la mamma fino alla palestra, le va incontro a piedi. Così facendo arrivano a casa 12 minuti prima.

La macchina della mamma procede sempre con la stessa velocità che è 5 volte quella di Giovanni.

**Quanto tempo ha impiegato Giovanni a percorrere il tratto a piedi?**

**Quanti minuti prima è finito oggi l'allenamento?**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Logica: capacità di interpretare e mettere in relazione i dati
- Aritmetica: rapporti

#### Analisi del compito

- Rendersi conto che i 12 minuti guadagnati sono quelli che la mamma avrebbe impiegato per percorrere due volte (6 minuti all'andata e 6 minuti al ritorno) il tratto dalla palestra al punto in cui ha incontrato Giovanni
- Dedurre che il tempo impiegato da Giovanni, la cui velocità è 1/5 di quella della macchina, per percorrere il tratto a piedi è 30 minuti ( $5 \times 6$ )
- Capire che, poiché Giovanni oggi ha camminato per 30 minuti ed è rimasto 6 minuti in meno del solito in macchina per tornare casa, l'allenamento è finito con 36 ( $30 + 12 - 6$ ) minuti d'anticipo. (Questa risposta dipende strettamente dalla risposta alla prima domanda)
- Oppure fare un ragionamento ipotetico con scelta di dati realistici del tipo:

l'allenamento termina in genere alle 18,15, la mamma parte alle 18 e torna alle 18,30 con suo figlio. Spostandosi in macchina alla velocità di 60 km/h, percorre 30 km (2 volte 15). Oggi, come sempre, la mamma parte alle 18, ma rientra 12 minuti prima, alle 18,18, dunque ha percorso solo 18 km (2 volte 9) e Giovanni ne ha percorsi 6 (15-9). Alla velocità di 12 km/h, ha camminato per 30 minuti. In sostanza, dalla palestra a casa (a piedi + in macchina) ci sono voluti 39 minuti. Quindi è partito alle 17,39 dalla palestra e l'allenamento è finito con 36 minuti d'anticipo;

verificare poi con altri dati ipotetici, modificando ad esempio la velocità e la distanza da casa: la mamma parte alle 17,50 e rientra alle 18,40 percorrendo il tratto a 30 km/h, percorre 25 km (2 volte 12,5). Oggi rientra alle 18,28, dunque ha percorso in 38 minuti solo 19 km (2 volte 9,5) e Giovanni ne ha fatti 3 (12,5-9,5). Alla velocità di 6 km/h egli ha camminato 30 minuti. Il suo intero percorso dalla palestra a casa è durato 49 ( $30 + 19$ ) minuti in tutto, cosa che conduce a dire che l'allenamento è finito alle 17,39 (49 minuti prima delle 18,28), con 36 minuti ( $18,15 - 17,39$ ) di anticipo.

Constatate allora che le risposte 30 minuti e 36 minuti sono indipendenti dalla velocità e dalla distanza tra la casa e la palestra e dal punto d'incontro tra madre e figlio!!

#### Attribuzione dei punteggi

Entrambe le risposte corrette con spiegazione chiara

- 3 Entrambe le risposte corrette, ma con spiegazione insufficiente oppure risposta corretta alla 1° domanda con spiegazione chiara e risposta errata alla seconda (per esempio  $24 = 30-6$ )
- 2 Risposta corretta alla 1ª domanda con spiegazione chiara e non risposta alla seconda oppure risposta errata alla prima, ma risposta coerente alla seconda

Inizio di ragionamento corretto

Incomprensione del problema

**Livello:** 8

**Origine:** Siena