

10° Rally Matematico Transalpino, seconda prova

	<i>Titolo</i>	<i>Livello</i>	<i>Origine</i>	<i>Ambito</i>
1	Pompieri	3	PR	Aritmetica - logica
2	La casa di Viola	3 4	SI	Logica - Aritmetica
3	Francobolli	3 4	LU	Geometria, orientamento
4	Un pomeriggio in piscina	3 4 5	PR	Aritmetica - Combinatoria
5	C'è chi scende e c'è chi sale	3 4 5	AO	Aritmetica (operazioni)
6	Punti da isolare	4 5 6	TI	Geometria, punti, rette, piano
7	Incarichi di responsabilità	4 5 6	BL	Logica
8	La bandiera	5 6 7	SI	Aritmetica - Geometria
9	Moltiplicazione in codice	5 6 7 8	BB	Aritmetica
10	Miss Trepunte	5 6 7 8	GE	Geometria
11	Vertici e cifre	6 7 8	TI	Aritmetica - Combinatoria
12	I cento euro	6 7 8	LU	Aritmetica – Algebra
13	Il sacchetto di biglie	7 8	RV	Aritmetica (divisibilità, numerazione, multipli comuni)
14	I nastri trasparenti	7 8	SR	Geometria - Misura
15	Numero misterioso	8	SI	Aritmetica – Algebra

I problemi del RMT sono protetti da diritti di autore.

Per un'utilizzazione in classe deve essere indicata la provenienza del problema inserendo la dicitura "©ARMT".

Per un'utilizzazione commerciale, ci si può mettere in contatto con i coordinatori internazionali attraverso il sito Internet dell'associazione del Rally Matematico Transalpino (<http://www.armtint.org>).

1. POMPIERI (Cat. 3)

I pompieri di Transalpino hanno tre scale:

- una corta,
- una media che misura 2 volte quella corta,
- una lunga che misura 4 volte quella corta.

I pompieri possono attaccare le tre scale per ottenere una scala molto lunga che misura 42 metri.

Quanto misura ciascuna scala?

Spiegate il vostro ragionamento

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Logica: gestione opportuna di diverse informazioni

Aritmetica: le quattro operazioni

Analisi del compito

- Procedere per tentativi (additivi o moltiplicativi) organizzati a partire dalla lunghezza totale e tenendo conto delle altre informazioni:
capire che, ad esempio, se si partisse dalla scala corta di 10 m, la lunga sarebbe già di 40 m e quindi certamente anche l'ipotesi di 9 m e di 8 m non vanno bene. Provare con 7 m: $7 + 14 + 28 = 49$. Ancora troppo. Con 6 m: $6 + 12 + 24 = 42$.
oppure dividere 42 per 3 e fare aggiustamenti successivi
o rendersi conto che potrebbero esserci in tutto 7 ($1 + 2 + 4$) scale corte ed effettuare una divisione per 7
- Calcolare poi le lunghezze delle altre scale.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (6 m, 12 m, 24 m) con procedura esplicitata (che può rappresentare la giustificazione)
- 3 Risposta corretta, ma con procedura non chiaramente o completamente esplicitata oppure risposta incompleta (due lunghezze giuste) e procedura chiara
- 2 Risposta corretta senza esplicitazione della procedura o senza giustificazione oppure risposta con un errore di calcolo ma con procedura corretta oppure procedura esplicitata, ma senza risposta finale sulla lunghezza di ciascuna scala
- 1 Inizio corretto di ricerca oppure risposta che non tiene conto dell'ultima informazione (42 m)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3

Origine: Parma

2. LA CASA DI VIOLA (Cat. 3, 4)

Cinque amiche, Azzurra, Bianca, Nerina, Rossana e Viola, abitano in Via dei Colori.

Le loro case sono situate nella via una di seguito all'altra e dalla parte della numerazione dispari (1, 3, 5, 7, ...).

- Bianca abita al numero 17
- La casa di Nerina ha il numero più alto
- Azzurra e Rossana non abitano accanto a Nerina
- Azzurra abita al numero 21

Completate l'indirizzo della casa di Viola: Via dei Colori n°.....

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Logica

Aritmetica: numeri pari e dispari

Analisi del compito

- Dedurre che:
 - dalla seconda condizione la casa di Nerina occupa nella fila delle cinque case uno dei due estremi;
 - dalla terza condizione o Bianca o Viola abita accanto a Nerina;
 - dalla prima e quarta condizione solo Viola può abitare accanto a Nerina
- Segue che la disposizione delle case è: abitazione di Bianca (n° 17), abitazione di Rossana (n° 19) abitazione di Azzurra (n° 21), abitazione di Viola (n° 23) e abitazione di Nerina (n° 25).

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta giusta (abitazione di Viola n° 23) e ben argomentata
- 3 Risposta giusta con spiegazione poco chiara o con tabella completa o disegno delle case con i nomi e i numeri, senza spiegazioni a parole
- 2 Errore dovuto al non considerare una condizione oppure risposta giusta senza alcuna spiegazione
- 1 Inizio corretto di ragionamento
- 0 Incomprensione del problema

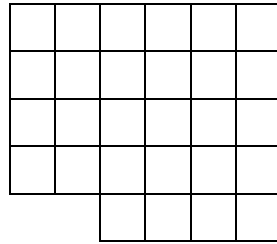
Livello: 3 - 4

Origine: Siena e incontro di Parma

3. FRANCOBOLLI (Cat. 3, 4)

Il signor Meticoloso, impiegato delle Poste di Transalpino, ha di fronte a sé un foglio di francobolli quadrati, foglio dal quale sono già stati staccati due francobolli.

Vorrebbe dividere questo foglio in due parti che si sovrappongano esattamente.



Come deve fare il signor Meticoloso per ottenere due parti della stessa forma, con lo stesso numero di francobolli?

Indicate la vostra soluzione.

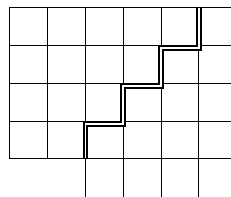
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

Geometria, orientazione

Analisi del compito

- Constatare che il foglio non può essere diviso con una semplice piegatura (è "irregolare", non ha assi di simmetria, ...)
- Contare eventualmente i francobolli per trovare che in ognuna delle due parti devono essercene 14
- Per tentativi successivi arrivare alla seguente suddivisione e osservare che bisogna girare il foglio perché le due parti possano sovrapporsi esattamente:



Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta con il disegno o collage preciso
- 3 Risposta corretta con disegno o collage impreciso
- 2 Suddivisione non corretta, ma con somiglianze fra le due parti
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3 - 4

Origine: Luxembourg e incontro di Parma

4. UN POMERIGGIO IN PISCINA (Cat. 3, 4, 5)

All'entrata della piscina di Pratobello c'è questo cartello:

ENTRATA	
ADULTI	8 EURO
BAMBINI	4 EURO

La cassiera ha ricevuto 50 euro da un gruppo di persone che sono entrate in piscina.

Ha dato 10 euro di resto.

Da quante persone può essere formato questo gruppo?

Indicate e spiegate le soluzioni che avete trovato.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Aritmetica: le quattro operazioni
Combinatoria

Analisi del compito

- Sottrarre da 50 euro il resto per trovare il costo complessivo dei biglietti ($50-10=40$)
- Scomporre il numero 40 come somma di multipli di 4 e di 8 o come somma di 4 e di 8 e dedurre la composizione del gruppo
- Assicurarsi che siano state ottenute tutte le soluzioni possibili:

Adulti	5	4	3	2	1	0
Bambini	0	2	4	6	8	10

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta completa (le sei possibilità) con dettaglio dei calcoli
- 3 Risposta corretta completa senza dettaglio dei calcoli oppure 4 o 5 possibilità con dettaglio dei calcoli
- 2 4 possibilità senza il dettaglio dei calcoli oppure 3 con dettaglio dei calcoli
- 1 Due o una possibilità
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Parma e incontro di Parma

5. C'È CHI SCENDE E C'È CHI SALE (Cat. 3, 4, 5)

Giorgio va a trovare Gigi.

Quando arriva a casa dell'amico, Giorgio sale gli scalini uno o due alla volta, saltando in maniera irregolare.

Gigi gli va incontro scendendo 3 scalini alla volta.

I due amici si incontrano sull'ottavo scalino contando dal basso, dopo aver fatto lo stesso numero di salti.

Di quanti scalini può essere la scala della casa di Gigi?

Spiegate come avete trovato le vostre soluzioni.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Aritmetica: le quattro operazioni

Analisi del compito

- Capire che per salire i primi 8 scalini con salti irregolari di 1 o 2 scalini alla volta, Giorgio ha tre possibilità: 3 salti da 2 e 2 salti da 1; 2 salti da 2 e 4 salti da 1; 1 salto da 2 e 6 salti da 1 (e che bisogna rinunciare a 4 salti da 2 così come a 8 salti da 1)
- Contare il numero dei salti per ogni possibilità: 5 ($3 + 2$), 6 ($2 + 4$) e 7 ($1 + 6$), che corrispondono al numero di salti di Gigi
- Moltiplicare 5, 6 e 7 per 3 (numero degli scalini di ogni salto di Gigi) e aggiungere il numero trovato a 8 (numero di scalini saliti da Giorgio).
- Dedurre che la scala può avere 23, 26 o 29 scalini

Attribuzione dei punteggi

- 4 Le 3 possibilità (23, 26 o 29 scalini) con spiegazione chiara e completa
- 3 2 possibilità con spiegazione chiara oppure le 3 possibilità con spiegazione confusa, oppure 5 possibilità (20, 23, 26, 29 o 32 scalini, con salti regolari)
- 2 1 soluzione corretta con spiegazione chiara oppure 2 o 5 possibilità con spiegazione confusa
- 1 Inizio corretto di ricerca
- 0 Incomprensione del problema

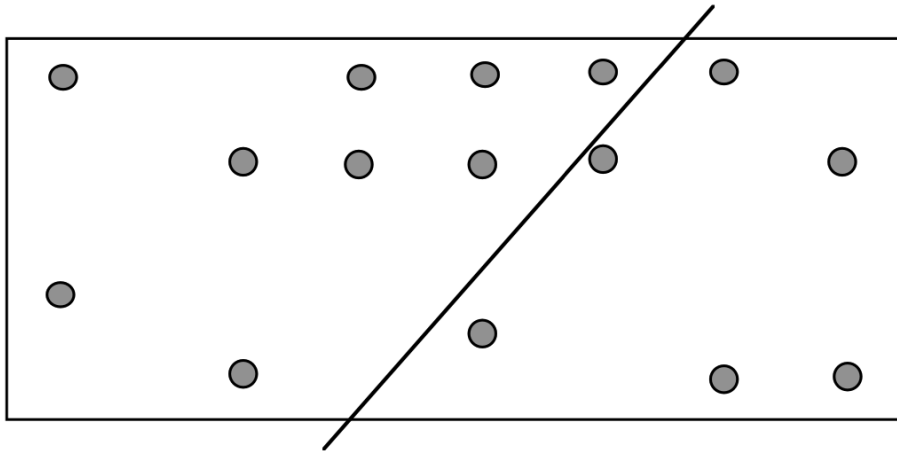
Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Aosta e incontro di Parma

6. PUNTI DA ISOLARE (Cat. 4, 5, 6)

Tracciando delle rette, si vuole suddividere questo rettangolo in diverse parti che contengano ognuna solo un punto.

Una prima retta è già tracciata.



Qual è il numero minore di rette che vi permette di isolare ogni punto del rettangolo?

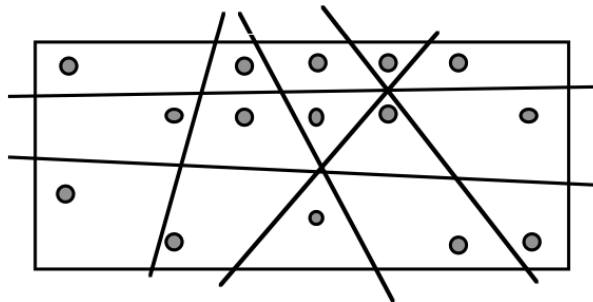
Disegnate la vostra soluzione migliore.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Geometria: punti, rette, parti di piano

Analisi del compito

- Constatare che i punti formano tre allineamenti di cinque
- Scoprire che con due rette orizzontali si separano i tre gruppi
- Procedere per tentativi successivi per sistemare le altre rette (oblique o verticali) che permettono di isolare ogni punto

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Una soluzione corretta e completa minimale con 6 rette (compresa quella data)
- 3 Una soluzione con 7 rette
- 2 Una soluzione con 8 rette
- 1 Una soluzione con più di 8 rette o con 6 rette e con due punti dalla stessa parte
- 0 Altre soluzioni o incomprensione del problema

Livello: 4 – 5 - 6

Origine: Canton Ticino

7. INCARICHI DI RESPONSABILITÀ (Cat. 4, 5, 6)

Nella classe di Annalisa sono stati nominati all'inizio dell'anno scolastico 4 responsabili, per i seguenti incarichi:

A – capoclasse

B – controllo dei compiti

C – responsabile dei gessi

D – responsabile della biblioteca.

Ogni bimestre, cioè ogni due mesi, i responsabili cambiano ruolo, in modo che alla fine dell'anno ognuno dei 4 responsabili abbia svolto tutti e 4 gli incarichi (in un anno scolastico ci sono 4 bimestri).

I compagni incaricati sono Elisa, Marzia, Paolo e Gino.

- Nel primo bimestre Elisa è capoclasse, mentre Paolo controlla i compiti
- Nel secondo bimestre il capoclasse è Paolo
- Nel quarto bimestre Gino si occupa dei gessi

Qual è l'incarico dei 4 responsabili in ognuno dei 4 bimestri dell'anno scolastico? Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

Logica

Analisi del compito

- Comprendere la situazione, e descrivere l'itinerario risolutivo o attraverso delle tabelle, o con un'argomentazione. La situazione iniziale è quella della tabella 1.
- Nel quarto bimestre Paolo deve avere l'incarico D, dato che ha già avuto A e B, e Gino ha C
- Allora Elisa deve avere, sempre nel quarto periodo, l'incarico B, perché ha già avuto A, e Paolo e Gino hanno D e C
- Paolo, nel terzo bimestre, non può che avere C: è l'unico incarico che gli manca
- Nel quarto periodo Marzia deve avere A, dato che gli altri 3 incarichi sono già affidati
- Gino nel primo bimestre deve avere D, perché restano liberi solo C e D, ma avrà C nel quarto bimestre
- Allora a Marzia nel primo bimestre rimane C. A questo punto la situazione è quella della tabella 2
- Ad Elisa mancano gli incarichi C e D: poiché il C nel terzo periodo è di Paolo, Elisa può avere solo C nel secondo e D nel terzo periodo
- A Marzia mancano D e B: ma D è già di Elisa nel terzo periodo, perciò Marzia avrà D nel secondo e B nel terzo bimestre
- A Gino rimangono B nel secondo bimestre e A nel terzo. La soluzione è nella tabella 3.

Tabella 1

	I	II	III	IV
Elisa	A			
Marzia				
Paolo	B	A		
Gino				C

Tabella 2

	I	II	III	IV
Elisa	A			B
Marzia	C			A
Paolo	B	A	C	D
Gino	D			C

Tabella 3

	I	II	III	IV
Elisa	A	C	D	B
Marzia	C	D	B	A
Paolo	B	A	C	D
Gino	D	B	A	C

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta con argomentazione – o con almeno tre tabelle - che esprimono l'ordine secondo il quale i compiti sono stati determinati
- 3 Risposta corretta senza spiegazione (solamente una tabella o una lista o la semplice ripetizione dei dati)
- 2 Risposta parzialmente corretta, con un solo errore (inversione, compito ripetuto per una delle persone, ...)
- 1 Risposta con più di un errore
- 0 Incomprensione del problema

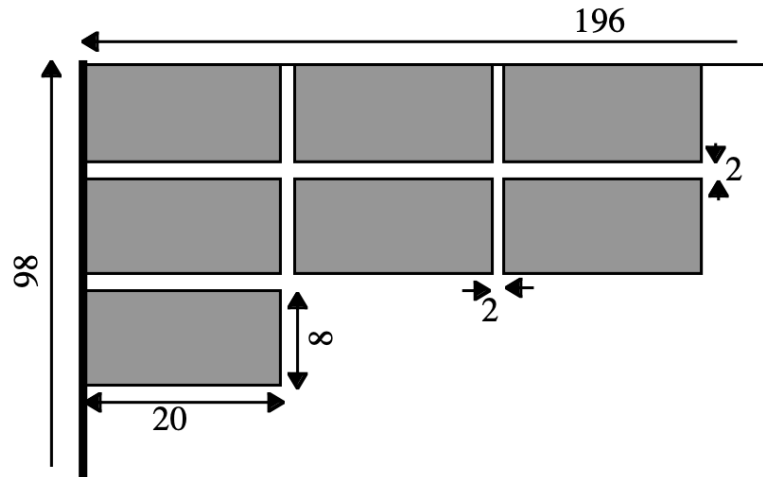
Livello: 4 – 5 – 6 Origine: Belluno

8. LA BANDIERA (Cat. 5, 6, 7)

Per le giornate sportive della scuola, la squadra Rettangoli si è fabbricata una bandiera del tipo seguente:

su un rettangolo di stoffa blu lungo 196 cm e largo 98 cm sono stati cuciti tanti rettangolini di stoffa rossa lunghi 20 cm e larghi 8 cm, a distanza di 2 cm l'uno dall'altro.

Questo disegno mostra la parte alta della bandiera dopo che sono stati cuciti i primi 7 rettangolini:



Quanti rettangolini interi rossi la squadra Rettangoli ha potuto cucire in tutto sulle due facce della bandiera?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

Aritmetica: le quattro operazioni

Geometria: rettangolo, dimensioni, area

Analisi del compito

- Comprendere la disposizione dei rettangolini rossi sulla bandiera
- Tenere presenti le misure date e determinare il numero dei rettangolini rossi disposti sui bordi
 - o procedendo per tentativi, per esempio considerando che lungo il lato più corto del rettangolo blu non si possono trovare più di 12 rettangolini rossi ($98:8$) e lungo il lato più lungo non possono essercene più di 9; controllare poi che 12 rettangolini comporterebbero per il rettangolo blu almeno 118 cm di larghezza, 11 rettangoli 108 cm, mentre con 10 rettangoli si ottiene la misura di 98 cm; stabilire in modo analogo che 9 devono essere i rettangolini rossi disposti lungo il lato maggiore del rettangolo blu
 - o effettuando le divisioni $196:22=8$ resto 20 e $98:10=9$ resto 8, tenendo presente anche la larghezza della stoffa blu che separa due rettangoli e interpretando correttamente i resti ottenuti (i resti comportano la presenza di un ulteriore rettangolino rosso sia in lunghezza che in larghezza)
 - o procedendo con il disegno dei rettangolini rossi lungo due lati consecutivi della bandiera, tenendo conto contemporaneamente della variazione delle misure
- Dedurre che 90 ($=9 \times 10$) è il numero dei rettangolini rossi su ciascuna faccia della bandiera

Attribuzione dei punteggi

- 4 La risposta corretta 180, con il dettaglio delle operazioni e la procedura seguita (o disegno completo)
- 3 La risposta corretta 180, ma con spiegazione incompleta
- 2 Risposta 180 senza spiegazione, oppure risposta 90 (una sola faccia) con spiegazione completa, oppure procedimento corretto senza risposta numerica oppure con errore di conteggio
- 1 Inizio corretto di ragionamento
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 5 - 6 - 7

Origine: Siena e incontro di Parma

9. MOLTIPLICAZIONE IN CODICE (Cat. 5, 6, 7, 8)

In questa moltiplicazione, ogni cifra è stata sostituita con una lettera.

Una stessa lettera sostituisce sempre la stessa cifra.

Due lettere differenti sostituiscono due cifre differenti.

$$\begin{array}{r} A D E \times \\ F B = \\ \hline E D C D \\ \hline E B D D E \end{array}$$

Trovate a quale cifra corrisponde ciascuna lettera e ricostruite la moltiplicazione. Spiegate come avete fatto.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Aritmetica: moltiplicazione, addizione

Analisi del compito

- Costatare che $A D E \times B = A D E$, dedurne che $B = 1$
- Costatare che il doppio di D ha come cifra delle unità D, dedurne che il solo valore possibile per D è 0
- Osservare che $F \times E$ e $F \times A$ finiscono con 0, dedurne che il solo valore possibile per F è 5
- $5 \times E = C0$ e $5 \times A = E0$, i valori possibili per E ed A sono 4, 6 e 8 poiché C è diverso da 1
- Testare i valori possibili per E ed A, controllare che le altre consegne siano rispettate. A e C devono essere tali che si abbia $A + C = 10$

Soluzione

$$\begin{array}{r} 8 0 4 \\ \times 5 1 \\ \hline 8 0 4 \\ 0 2 0 \\ \hline 4 1 0 0 4 \end{array}$$

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (le 6 cifre trovate) con spiegazione
- 3 Risposta corretta senza spiegazione, oppure 4 o 5 cifre giuste con spiegazione
- 2 3 cifre giuste con spiegazione, oppure 4 o 5 cifre giuste senza spiegazione
- 1 2 cifre giuste con spiegazione, oppure 3 cifre giuste senza spiegazione
- 0 Incomprensione del problema oppure 1 cifra giusta con o senza spiegazione

Livello: 5 - 6 - 7 - 8

Origine: Bourg-en-Bresse

10. MISS TREPUNTE (Cat. 5, 6, 7, 8)

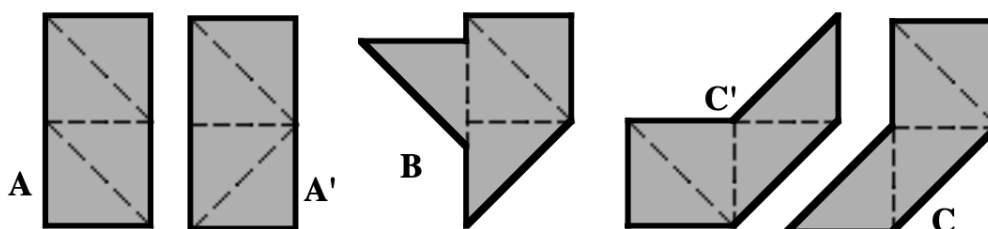
Miss Trepunte è un' appassionata di puzzle.

Con quattro triangoli rettangoli isosceli uguali, Miss Trepunte è riuscita a formare dei poligoni differenti fra loro.

Nei poligoni che ha formato, i quattro triangoli non vanno messi uno sull'altro e hanno ognuno almeno un lato in comune con uno degli altri triangoli.

Disegnate i poligoni differenti che riuscite a trovare e classificateli secondo il numero dei loro lati.

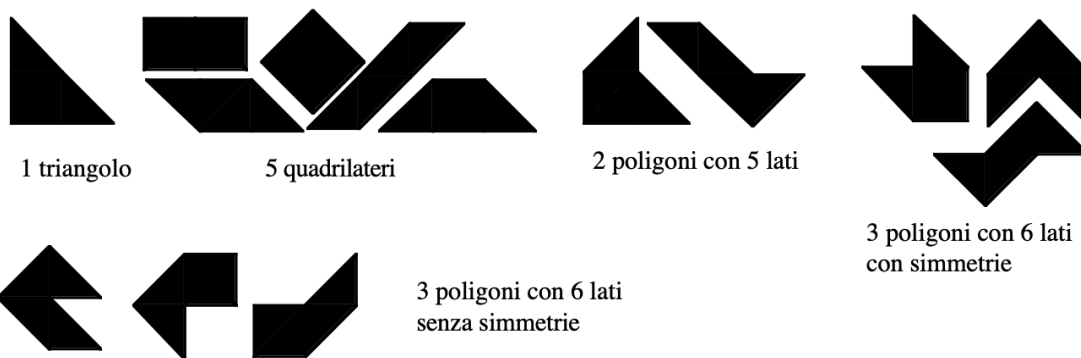
Ad esempio: **A** è una soluzione accettabile ed è la stessa di **A'** in quanto i due rettangoli sono uguali (anche se all'interno i 4 pezzi triangolari sono disposti in maniera diversa); **B** non è una soluzione accettabile in quanto il triangolo a sinistra non ha alcun lato in comune (compresi i vertici) con uno degli altri; **C** e **C'** sono uguali in quanto si possono sovrapporre esattamente e rappresentano quindi la stessa soluzione:

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Geometria: riconoscimento di figure isometriche

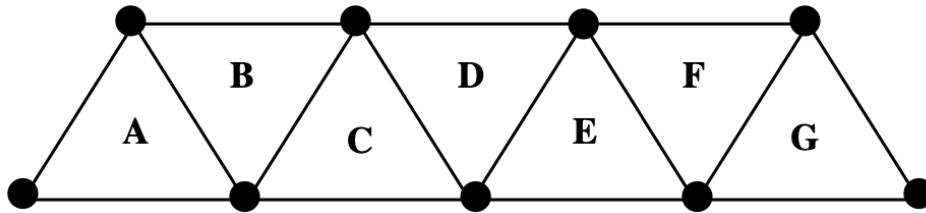
Analisi del compito

- Determinare le 14 figure, per tentativi, confronti, ricoprimenti,

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Le 14 soluzioni differenti, disegnate e classificate, senza poligoni sovrapponibili (né ripetizioni, né dimenticanze)
- 3 12 o 13 soluzioni differenti, disegnate e classificate (una o due dimenticanze), oppure 14 differenti e una o due ripetizioni, oppure 14 soluzioni differenti disegnate, ma senza classificazione
- 2 10 a 11 soluzioni differenti, disegnate e classificate (con 3 o 4 dimenticanze), oppure 12 o 13 differenti e 3 o 4 ripetizioni, oppure 12 o 13 soluzioni disegnate, senza classificazione
- 1 Da 5 a 9 soluzioni differenti oppure «14» senza alcun disegno
- 0 Incomprensione delle regole di costruzione oppure meno di 5 soluzioni differenti

Livello: 5 - 6 - 7 - 8 **Origine: Genova**

11. VERTICI E CIFRE (Cat. 6, 7, 8)

Scrivete i numeri da 1 a 9 nei vertici della figura data, utilizzando ciascun numero una sola volta e rispettando le seguenti regole.

- la somma dei numeri posti nei vertici del triangolo B supera di 1 la somma dei numeri del triangolo A
 - la somma dei numeri situati nei vertici del triangolo C supera di 1 la somma dei numeri di B
- e così via ...

Trovate e scrivete tutte le soluzioni possibili.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Aritmetica
Combinatoria

Analisi del compito

- Sistemare i numeri sui vertici per tentativi a caso per arrivare a rendersi conto che, visto che due vertici di triangoli vicini sono comuni, la differenza di 1 tra le due somme dei vertici (di tali triangoli vicini) è dovuta al numero sul vertice non comune. Se per esempio 1 è in basso a sinistra di A, 2 sarà in alto a destra di B, comune con C e D e, infine, 3 si troverà sul vertice comune di E, F e G.

(Si può continuare questo ragionamento da un punto di vista algebrico per arrivare alla ripartizione dei 9 numeri (la cui somma è 45) in tre gruppi su A, su D e su G le cui somme rispettive sono 12, 15 e 18.)

- Lavorare per ipotesi e tentativi sistemando i numeri 1, 5 e 9 sui triangoli rispettivi A, D e G. e arrivare alla scoperta che 1, 4 e 7 sono sui vertici di A, 2, 5 e 8 su D e 3, 6 e 9 su G.
- Trovare le sei combinazioni che permettono di sistemare i numeri 1, 4 e 7 sui vertici del triangolo A per determinare le 6 soluzioni: da sinistra a destra (in A, in D e in G):

147	258	369;	174	285	396;	417	528	639;	471	482	693;
714	825	936;	741	852	963						

Attribuzione dei punteggi

- 4 Le 6 soluzioni corrette organizzate, con qualche spiegazione (almeno per la prima soluzione)
- 3 Le 6 soluzioni corrette senza alcuna spiegazione oppure 4 o 5 soluzioni organizzate o spiegate
- 2 4 o 5 soluzioni corrette senza spiegazione oppure 2 o 3 soluzioni organizzate o spiegate
- 1 1 sola soluzione corretta (con o senza altre soluzioni errate)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 6 - 7 - 8

Origine: Cantone Ticino e incontro di Parma

12. I CENTO EURO (Cat. 6, 7, 8)

L'impiegato di banca Bravo Darò ha sulla sua scrivania 100 euro.

Questa somma è composta da 100 pezzi di tre valori diversi:

- alcuni biglietti da 5 euro,
- alcune monete da 1 euro e da 5 centesimi.



**Quanti pezzi di ciascun tipo ha davanti a sé il Signor Bravo Darò?
Spiegate il vostro ragionamento.**

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Aritmetica: scomposizione di un numero, multipli

Algebra

Analisi del compito

- Appropriarsi dell'enunciato e distinguere i 100 oggetti (n. biglietti da 5 euro e n. monete da 1 euro e da 0,05 euro) dal valore che rappresentano in totale: 100 euro, per arrivare alle due relazioni mentali o scritte:

$$n + m + p = 100 \text{ e } (5 \times n) + (1 \times m) + (0,05 \times p) = 100$$

fare poi qualche prova per vedere l'interdipendenza del numero dei tre oggetti

- Capire che il numero di monete da 5 centesimi (0,05 euro) deve per forza essere un multiplo di 20 se si vuole che la somma di denaro sia espressa con un numero intero di euro (in questo caso 100), in quanto le monete da 1 euro rappresentano sempre numeri interi
- pensare alle diverse possibilità relative al numero di monete da 5 centesimi e calcolare i valori corrispondenti:
0 monete → 0 euro; 20 monete → 1 euro; 40 monete → 2 euro; 60 monete → 3 euro; 80 monete → 4 euro; 100 monete → 5 euro;
- Eliminare i casi che non vanno bene: 0 monete da 5 centesimi, perciò, solo due tipi di monete e non tre, quindi contrario all'enunciato
20, 40 o 60 monete da 5 centesimi, impossibile arrivare rispettivamente a 99 euro, 98 euro o 97 euro con 80, 60 o 40 pezzi restanti (tra monete da 1 euro e biglietti da 5 euro)
80 monete da 5 centesimi permettono di arrivare a 96 euro con 20 pezzi tra biglietti e monete, cosa che è possibile con 19 biglietti (95 euro) e una moneta (1 euro)

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (80 monete da 5 centesimi, 1 moneta da 1 euro, 19 biglietti da 5 euro) con spiegazione della procedura e verifica
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta (senza la procedura o senza la verifica)
- 2 Risposta corretta senza spiegazione, oppure errore di calcolo, ma con spiegazione della procedura
- 1 Inizio di ragionamento corretto, con ricerca esplicitata
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 6 - 7 - 8

Origine: Luxembourg e incontro di Parma

13. IL SACCHETTO DI BIGLIE (Cat. 7, 8)

Quattro amici, Marco, Sergio, Fabio e Luigi, cercano di scoprire il numero di biglie contenuto in un sacchetto. Le informazioni di cui dispongono sono le seguenti:

- Il numero cercato è un numero compreso tra 1300 e 1500.
- Marco, che ha contato le biglie raggruppandole per 2, dice che alla fine avanza 1 biglia.
- Sergio, che ha contato le biglie raggruppandole per 3, dice che i mucchietti sono completi.
- Fabio, che ha contato le biglie raggruppandole per 5, dice che se avesse avuto ancora 2 biglie avrebbe completato i mucchietti.
- Luigi, che ha contato le biglie raggruppando per 7, dice che alla fine avanzano 4 biglie.

Quale può essere il numero di biglie contenute nel sacchetto?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Aritmetica: divisibilità, numerazione, multipli comuni

Analisi del compito

- Capire che trattandosi di un numero elevato, è improduttivo lavorare operativamente con oggetti o disegni, per cui è opportuno ricorrere alla scrittura di numeri e a relazioni numeriche
- Trovare un metodo di eliminazione o di scelta che eviti di eseguire troppe divisioni per determinare i resti, ad esempio: evidenziare i numeri che finiscono per 3 o per 8 (Fabio), eliminare i numeri pari (Marco) e persuadersi così che il numero cercato termina per 3, poi conservare solo i multipli di 3 (Sergio) per arrivare a conservare solo 1323, 1353, 1383, 1413, 1443 e 1473 e calcolare infine i resti della divisione per 7 (Luigi) per conservare solo $1383 = 197 \times 7 + 4$ oppure scrivere i multipli di 7 aumentati di 4 tra 1300 e 1500, (1306, 1313, 1320, ...), eliminare i numeri pari e conservare solo quelli che finiscono con 3 (1313, 1383, 1453) per arrivare a conservare solo 1383 che è multiplo di 3.
- Convincersi, se il metodo utilizzato non è sistematico (come i precedenti), che 1383 è l'unica soluzione possibile verificando per esempio che $1383 - 70$ non soddisfa tutte le condizioni.

Attribuzione dei punteggi:

- 4 Risposta corretta (1383) con i dettagli della ricerca sistematica (che mostra l'unicità della soluzione)
- 3 Risposta corretta con dettagli di una ricerca non esaustiva (senza la certezza dell'unicità della soluzione)
- 2 Risposta giusta senza spiegazione, oppure errore di calcolo con il dettaglio di una ricerca sistematica
- 1 Inizio di ricerca, non sistematica
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 7 - 8

Origine: Riva del Garda

14. I NASTRI TRASPARENTI (Cat. 7, 8)

Per decorare la parte superiore rettangolare di un pacchetto regalo, viene incollato un nastro giallo trasparente di 6 cm di larghezza che va da un lato all'altro della superficie rettangolare.

Viene poi incollato un secondo nastro trasparente, blu questa volta, di 4 cm di larghezza che congiunge gli altri due lati della superficie rettangolare.

La figura formata dall'intersezione dei due nastri è di colore verde. Uno dei suoi lati misura 4,5 cm.

Trovate le misure degli altri lati della figura verde.

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Geometria, parallelogramma

Misure: calcolo dell'area di un parallelogramma

Analisi del compito

- Disegnare l'intersezione dei due nastri, constatare che si tratta di un parallelogramma non rettangolo, altrimenti le misure dei lati sarebbero 4 cm e 6 cm
- dedurre che due lati misurano 4,5 cm e che sono situati « di traverso » sul nastro blu di 4 cm di larghezza
- Pensare di calcolare l'area del parallelogramma: $4,5 \times 6 = 27 \text{ (cm}^2\text{)}$ e che, scegliendo l'altra « altezza », 4, si otterrebbe la seconda « base » $b \times 4 = 27$ da cui $b = 27 / 4 = 6,75$
- Oppure soluzione ottenuta tramite costruzione geometrica.

Attribuzione dei punteggi

- 4 La soluzione: parallelogramma di lati 4,5 cm e 6,75 cm, con spiegazione
- 3 La soluzione, con spiegazione insufficiente oppure costruzione geometrica precisa, senza poter essere certi che il secondo lato misura $27/4$ cm
- 2 Descrizione del parallelogramma, costruzione e risposta vicina a 6,75 cm
- 1 Disegno del parallelogramma, senza calcoli né misure precise
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 7 - 8

Origine: Suisse romande

15. UN NUMERO MISTERIOSO (Cat. 8)

Un numero di sei cifre comincia per 1. Se si sposta 1 all'ultimo posto a destra, si ottiene un altro numero che è il triplo di quello di partenza.

Qual è il numero?

Spiegate come lo avete trovato.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

Aritmetica: moltiplicazione e divisione, valore posizionale delle cifre

Algebra: equazioni di primo grado

Analisi del compito

- Capire che lo spostamento della cifra 1 dalla colonna delle centinaia di migliaia alla colonna delle unità corrisponde ad una moltiplicazione per 3 e che ci si trova dinanzi alla relazione $1abcde \times 3 = abcde1$ e, di conseguenza, che la cifra delle unità (1) del secondo numero è la cifra delle unità del triplo dell'ultima cifra (e) del primo numero

Trovare allora un multiplo di 3 che termini per 1. E' $7 (3 \times 7 = 21)$ e, di conseguenza, 7 è l'ultima cifra del primo numero (e) e la penultima del secondo numero

Trovare allora un numero di una cifra (d) che, moltiplicato per 3 e aggiunto al « riporto » della moltiplicazione precedente, 2, termina con 7. E' $5 (3 \times 5 + 2 = 17)$. Di conseguenza, 5 è la penultima cifra del primo numero (d) e la terzultima del secondo, ... pensando a

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 1\ A\ B\ 8\ 5\ 7 \\
 \times \\
 \hline
 A\ B\ C\ 5\ 7\ 1
 \end{array}$$

procedere così fino a determinare tutto il numero: 142857

- Oppure, con procedimento algebrico, considerando il diverso valore di 1 nei due numeri e indicando con x il numero costituito dalle rimanenti cinque cifre, impostare l'equazione: $3(x+100000)= 10x + 1$

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (142857) con spiegazione e dettaglio dei calcoli
- 3 Risposta corretta ma procedimento non chiaro
- 2 Procedimento corretto ma risultato errato per errore di calcolo
- 1 Inizio corretto di ragionamento (ad esempio trovare 7 come ultima cifra del primo numero ma non riuscire a continuare)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 8

Origine: Siena