

## 9° Rally Matematico Transalpino, prima prova

	<i>Titolo</i>	<i>Livello</i>	<i>Origine</i>	<i>Ambito</i>
1	Le caramelle di Carletto	3 4	PR	Aritmetica - logica
2	Destra sinistra	3 4	Israele	Relazioni di posizione - logica
3	Frammenti di quadrato	3 4	SI	Geometria (quadrato e sue proprietà)
4	Al fuoco	3 4	GE	Relazioni - Aritmetica
5	Chi ha preso più cioccolatini?	3 4 5	CA	Aritmetica (successioni, addizioni)
6	La torta	4 5	SR	Geometria (angoli e loro misura)
7	La coperta della nonna	5 6	PR	Geometria (rettangolo) – Aritmetica (addizione e scomposizione di un numero)
8	Gli spiedini	5 6	PR	Geometria (simmetria) - Combinatoria
9	Un cortile più bello (I)	5 6	PR	Geometria – Logica - Aritmetica
10	La casa nel bosco	5 6 7	PR	Logica – Geometria - Aritmetica
11	Il sarto	5 6 7 8	PR	Geometria (pavimentazioni)
12	I compleanni	6 7 8	SI	Logica
13	Un cortile più bello (II)	7 8	PR	Geometria – Logica - Aritmetica
14	Gli spiedini	7 8	PR	Combinatoria – Geometria (simmetria)
15	La collana della regina	7 8	SI	Algebra – Aritmetica
16	La piramide	7 8	SR	Aritmetica – Funzioni
17	L'ottaedro	8	SI	Combinatoria – Geometria 3D

I problemi del RMT sono protetti da diritti di autore.

Per un'utilizzazione in classe deve essere indicata la provenienza del problema inserendo la dicitura "©ARMT".

Per un'utilizzazione commerciale, ci si può mettere in contatto con i coordinatori internazionali attraverso il sito Internet dell'associazione del Rally Matematico Transalpino (<http://www.armtint.org>).

**1. LE CAMELLE DI CARLETTO** (Cat. 3, 4)

Carletto è un bambino molto goloso.

Per il suo compleanno ha ricevuto in regalo una scatola con 28 caramelle.

Ogni giorno ne mangia il doppio del giorno precedente.

In tre giorni Carletto le ha mangiate tutte.

**Quante caramelle ha mangiato Carletto in ciascun giorno?**

**Spiegate come l'avete scoperto.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Aritmetica (numerazione, addizione, doppio)
- Logica: ragionamento deduttivo, formulazione di ipotesi

**Analisi del compito**

- Risoluzione per tentativi organizzati: scelto il numero di caramelle del primo giorno (inferiore a  $28:3$ ), calcolarne il doppio per il secondo giorno e il doppio del doppio per il terzo. Verificare ogni volta se la somma di tutte le caramelle mangiate è 28.
- Risoluzione con l'uso delle parti: il 1° giorno mangia 1 parte, il 2° ne mangia 2 e il 3° ne mangia 4, in totale 7 parti.
- Concludere che Carletto ha mangiato 4 caramelle il primo giorno, 8 il secondo e 16 il terzo.

**Attribuzione dei punteggi**

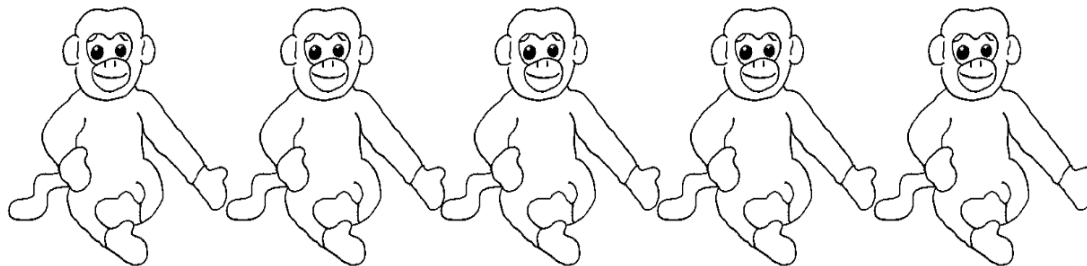
- 4 Risposta corretta (4-8-16) con spiegazione esauriente che denota tentativi organizzati o ragionamento coerente
- 3 Risposta corretta che evidenzia tentativi anche se non organizzati
- 2 Risposta errata causata da errori di calcolo ma ogni numero doppio del precedente
- 1 Risposta errata: i numeri non sono uno il doppio dell'altro, ma la somma è 28
- 0 Incomprensione del problema o nessuna soluzione

**Livello: 3 - 4**

**Origine: Parma**

## 2 DESTRA SINISTRA (Cat. 3,4)

Anna ha cinque scimmiette di peluche: una blu, una rossa, una gialla, una marrone e una verde. Le dispone in fila, una accanto all'altra, su un ripiano della sua libreria.

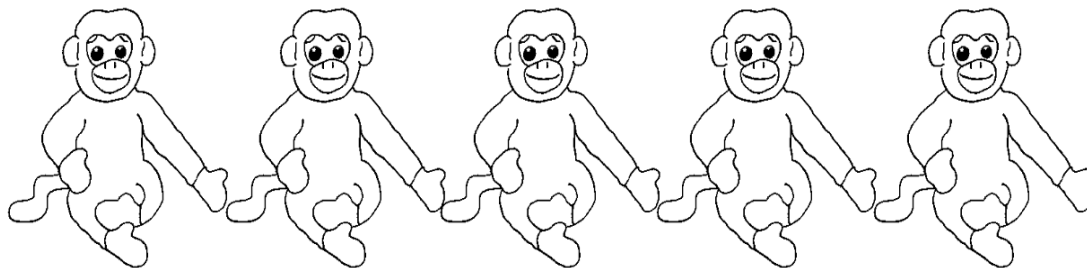


Anna vede che:

- la scimmia gialla è a destra della verde e a sinistra della marrone
- ci sono tre scimmiette a sinistra della rossa
- la scimmia blu non è agli estremi della fila.

**Colorate le cinque scimmiette sul ripiano.**

**Se trovate un'altra possibilità colorate il disegno qui sotto**




---

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Relazioni di posizione (sinistra -destra)
- Logica

#### Analisi del compito

- Comprendere che la posizione della scimmietta rossa è già determinata (4<sup>a</sup> da sinistra) e che restano solo due possibilità per la gialla.
- Esaminare poi le diverse posizioni delle altre scimmiette, eliminando quelle in cui la blu è ad una estremità e constatare che ci sono due soluzioni possibili: V - B - G - R - M e V - G - B - R - M
- O procedere per tentativi successivi ed eliminazioni

#### Attribuzione dei punteggi

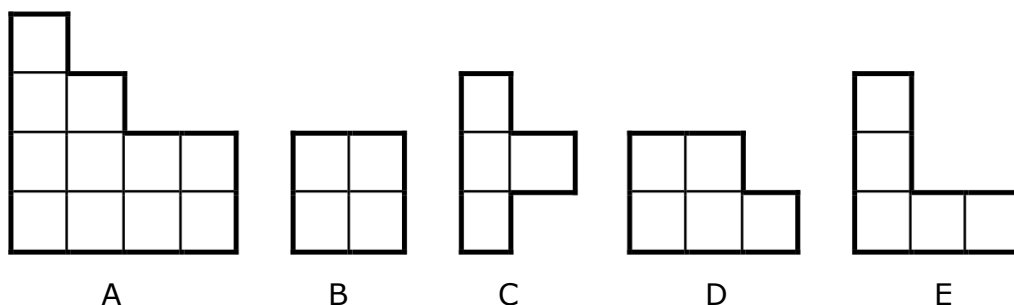
- 4 le due risposte corrette
- 3 una sola delle due risposte giuste
- 2 una risposta corretta e una o più risposte errate  
o due risposte con un solo errore (che rispettano due delle condizioni)
- 1 una risposta con un solo errore
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 3 - 4**

**Origine: Israele**

### 3. FRAMMENTI DI QUADRATO (Cat. 3,4)

Gianna e Maria hanno a disposizione questi cinque pezzi:



Gianna prende due pezzi e li usa per costruire un quadrato.

Maria prende altri due pezzi e con essi costruisce un altro quadrato.

**Disegnate i quadrati di Gianna e di Maria.**

Ora Gianna e Maria mettono assieme i loro quattro pezzi per costruire un unico grande quadrato.

**Disegnate il loro quadrato.**

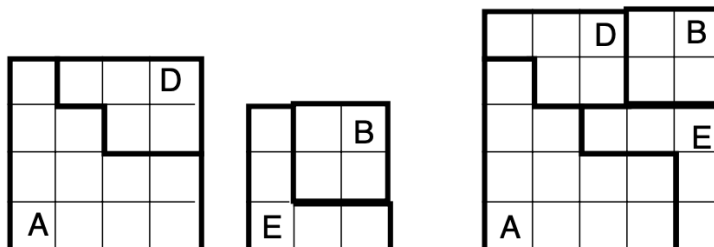
#### ANALISI A PRIORI

##### Ambito concettuale

Geometria: figure geometriche; quadrato e sue proprietà

##### Analisi del compito

- Ritagliare o ridisegnare i pezzi A, B, D, E e combinarli insieme come pezzi di un puzzle
- Costruire i due quadrati piccoli e poi il quadrato grande:



##### Attribuzione dei punteggi

- 4 Disegno corretto dei tre quadrati
- 3 Disegno dei due quadrati piccoli e tentativi per il quadrato grande con i pezzi corretti o solo quadrato grande
- 2 Costruzione dei due quadrati piccoli
- 1 Costruzione di un solo quadrato piccolo
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 3 - 4**

**Origine: Siena – Incontro di Neuchâtel**

**4. AL FUOCO!** (Cat. 3, 4)

I bambini della 3° B scendono in fila le scale antincendio della scuola, uno dietro l'altro. Partendo dal capofila, Lorenzo occupa il 6° posto, mentre Giovanni è il quart'ultimo della fila.

Fra Lorenzo e Giovanni si trova il triplo dei bambini che Lorenzo ha davanti a sé.

**Quanti bambini ci sono nella fila?**

**Spiegate come avete trovato la risposta.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Relazione d'ordine
- Seriazioni
- Aritmetica (addizione, moltiplicazione)

**Analisi del compito**

- Comprendere che se Lorenzo è il sesto della fila ha davanti a sé 5 bambini
- Comprendere che se Giovanni è il quartultimo della fila ha dietro di sé altri 3 bambini
- Comprendere che Lorenzo e Giovanni devono essere conteggiati
- Comprendere che il numero di bambini posizionati fra Lorenzo e Giovanni è il triplo di 5
- Trovare il risultato ( $5+1+1+3+15 = 25$ )

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta esatta con giustificazione o disegno chiaro
- 3 Risposta esatta senza giustificazione
- 2 Risposta che preveda il posizionamento corretto di L. e G. ma con errori nel conteggio dei bambini che si trovano fra l'uno e l'altro
- 1 Tentativo di risoluzione orientato
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 3 - 4**

**Origine: Genova**

**5. CHI HA PRESO PIU' CIOCCOLATINI?** (Cat. 3, 4, 5)

Ugo e Mario hanno ricevuto una scatola che contiene sei file uguali di cioccolatini.

Mario prende:

- 2 cioccolatini nella prima fila
- 4 cioccolatini nella seconda fila
- 6 cioccolatini nella terza fila

e così continuando, due cioccolatini in più per ogni fila che segue.

Alla fine, nell'ultima fila, resta un solo cioccolatino.

**Quanti cioccolatini ha preso Mario?**

**Quanti ne sono rimasti per Ugo?**

**Spiegate come avete trovato le vostre risposte.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Aritmetica: successioni, addizioni

**Analisi del compito**

- Fila per fila, determinare il numero di cioccolatini presi da Mario: 2, 4, 6, 8, 10, 12
- Dedurre che ogni fila ha 13 cioccolatini
- Calcolare il numero di cioccolatini di Mario:  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 42$
- Calcolare il numero di cioccolatini di Ugo:  
mediante la somma dei termini della successione "complementare":  $11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 36$   
o per differenza:  $(13 \times 6) - 42 = 36$
- oppure disegno della scatola e delle sue sei file

**Attribuzione dei punteggi**

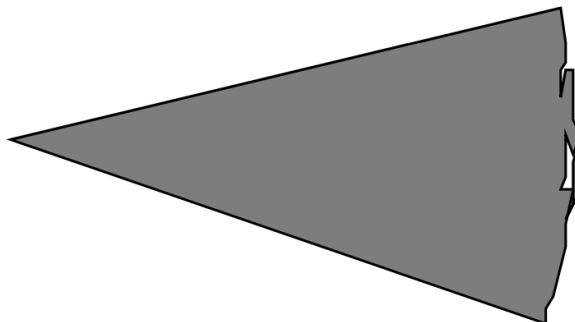
- 4 Le due risposte corrette (42 e 36) con spiegazioni complete mediante il disegno della scatola o con il dettaglio dei calcoli
- 3 Le due risposte corrette con spiegazioni incomplete  
oppure ragionamento corretto ben spiegato ma con un solo errore di calcolo
- 2 La risposta 42 (Mario) e, per la seconda parte, o un errore di calcolo e successione non corretta, o dimenticanza del cioccolatino rimasto, o disegno insufficiente oppure un errore per i cioccolatini di Marco, ma una seconda parte corretta a meno dell'errore precedente
- 1 Solo la risposta 42 (Mario), con i dettagli del calcolo o il disegno
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 3 - 4 - 5**

**Origine: Cagliari**

**6. LA TORTA** (Cat. 4, 5, 6)

Martina ha preparato una torta rotonda per la merenda. I suoi amici hanno già mangiato ciascuno la propria porzione e quella che resta è la sua.

**Quanti amici ha invitato Martina?**

(Naturalmente, tutte le porzioni di torta erano di uguale grandezza!)

**Come avete fatto per trovare la risposta?**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Geometria: angoli, misura, uso di strumenti (compasso, goniometro, ...)

**Analisi del compito**

- Ritagliare delle fette di torta identiche al modello e affiancarle l'una all'altra fino ad ottenere un disco.
- o riportare con un modello (carta trasparente, ...) la parte di torta fino a completare il disegno dell'intera torta
- o completare il cerchio tracciandolo con il compasso e riportare con il compasso sulla circonferenza l'arco corrispondente alla porzione di torta
- o misurare l'angolo della fetta di torta, dividere  $360^\circ$  per questo numero e ottenere così il numero totale delle parti della torta.
- togliere 1 al numero ottenuto (11) per ottenere il numero degli amici di Martina (10).

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta 10, con spiegazione
- 3 Risposta 11 (numero di fette) con spiegazione coerente oppure risposta 10 con spiegazione non chiara (disegno impreciso o argomentazione confusa o frase del tipo "si vede che...") con la sottrazione  $11 - 1$
- 2 Risposta 11 con spiegazione non chiara (disegno impreciso o argomentazione confusa o frase del tipo "si vede che...") senza sottrazione
- 1 Risposta 9 o 12, o inizio di ragionamento
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 4 – 5 – 6**

**Origine: Svizzera romanda – Incontro di Neuchâtel**

## 7. LA COPERTA DELLA NONNA (Cat. 5, 6)

In soffitta, dentro un baule, la nonna ha ritrovato una vecchia coperta che aveva confezionato molti anni fa.

Purtroppo dei topolini l'hanno rosicchiata rovinandola molto.

La nonna vorrebbe rifarla esattamente come era. Si ricorda che:

- la coperta era rettangolare,
- era fatta con quadrati tutti uguali cuciti insieme,
- il bordo era formato da 44 quadrati
- sul lato lungo del bordo c'era il doppio di quadrati che su quello corto.

**Dite alla nonna quanti quadrati c'erano sul lato lungo e quanti sul lato corto  
Spiegate come l'avete scoperto.**

---

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Geometria: rettangolo
- Aritmetica: addizione, decomposizione di un numero

#### Analisi del compito

- Rappresentare il bordo del rettangolo e rendersi conto che i quattro quadrati negli angoli fanno parte sia della base che dell'altezza del rettangolo
- Lavorare per tentativi organizzati attraverso disegni o col calcolo: larghezza 5, lunghezza 10, bordo  $2 \times 15 - 4 = 26$ , non basta, occorre aumentare ...
- o esplicitare la relazione tra il numero dei quadrati del bordo (44) e il numero dei quadrati della base (a) e il numero dei quadrati dell'altezza (b): ad esempio,  $2(a + b) - 4 = 44$  allora  $2(a + b) = 48$  da cui  $a + b = 24$
- tener conto allora del fatto che il lato lungo è doppio di quello corto e dedurre che il lato corto vale 8 e il lato lungo vale 16 (per esempio  $3a = 24$  allora  $a = 8$ )

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (16, 8) con spiegazione o con presentazione dei tentativi successivi o esplicitazione della relazione tra il numero dei quadrati della base, dell'altezza e del bordo
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta
- 2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione o ragionamento corretto con spiegazione ma con un errore
- 1 Risposta errata che tiene conto di una sola condizione, ad esempio (15, 9) o (14, 7) o inizio corretto di ricerca
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 5 – 6**

**Origine: Parma**



**8. GLI SPIEDINI** (Cat. 5, 6)

Marco vuole preparare degli spiedini: utilizza dei bastoncini a due punte alternando un pezzetto di pollo, uno di salsiccia, uno di formaggio e un carciofino.

**Quanti diversi spiedini può ottenere se non vuole che i due tipi di carne risultino vicini?**

**Elencate tutti i casi possibili.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Combinatoria: permutazioni soggette a condizioni
- Geometria: simmetria

**Analisi del compito**

- Comprendere l'enunciato, capire che spiedini "diversi" hanno gli stessi ingredienti ma disposti in ordine differente.
- Attivare una procedura per contare gli spiedini attraverso una elencazione sistematica, oppure con un disegno o un grafico ad albero.
- Considerare la condizione che due ingredienti non possono essere vicini, eliminando questi casi dopo averli elencati tutti o tenendone conto durante il conteggio: restano così 12 diversi spiedini.
- Capire che c'è una condizione nascosta che dimezza il numero degli spiedini dovuta alla coincidenza di spiedini simmetrici. I casi possibili sono dunque 6:

PFSC

PFCS

PCFS

PCSF

SFPC

SCPF

**Attribuzione dei punteggi**

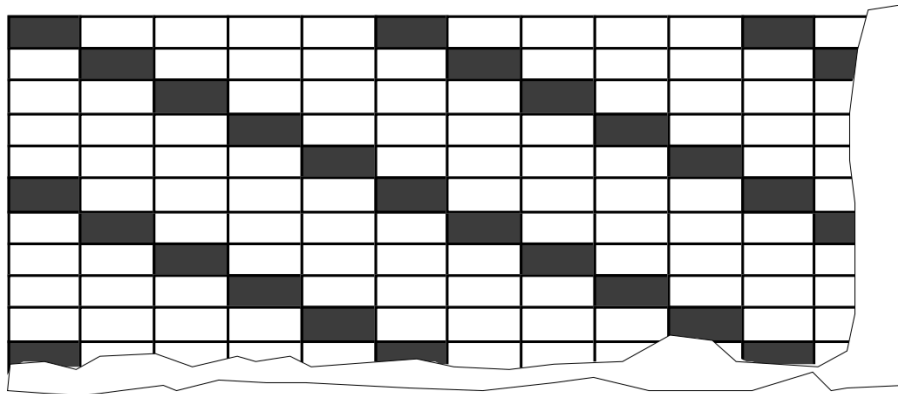
- 4 Risposta corretta (6) con elencazione di tutti i casi possibili
- 3 Risposta 12 con elencazione di tutti i casi possibili ma senza tenere conto della condizione di simmetria
- 2 Risposta 6 senza elencazione dei casi possibili oppure dimenticanza di uno o due casi rispetto a 6 o a 12
- 1 Risposta errata (24) con elencazione di tutti i casi possibili ma senza tener conto delle condizioni o elencazione solo di alcuni casi oppure 12 senza elencazione dei casi possibili
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 5 - 6****Origine: Parma**

## 9. UN CORTILE PIU' BELLO (Cat. 5, 6)

La famiglia Pietra ha deciso di pavimentare il cortile rettangolare della loro casa con mattoncini. Il papà aveva pensato di farlo tutto bianco.

Alla mamma però piace di più con mattoncini di due colori e ha fatto così il disegno di un pezzo di cortile:



Il papà sa che per riprodurre con regolarità il disegno della mamma fino a ricoprire tutto il cortile occorreranno sulla diagonale esattamente 25 mattoncini grigi.

**Quanti mattoncini bianchi e quanti grigi dovrà ordinare il papà?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

- Geometria
- Logica (principio d'induzione)
- Aritmetica

#### Analisi del compito

- Comprendere, scoprendo regolarità nelle righe o nelle colonne oppure ragionando per induzione sui rettangoli che hanno in diagonale 1, 2, 3, ecc. mattoncini, che il cortile ha come bordi, sia per la "base" che per "l'altezza" 25 mattoncini e quindi in tutto, tra grigi e bianchi, i mattoncini dovranno essere 625.
- Calcolare il numero dei grigi o utilizzando la simmetria del disegno,  $25 + (20+15+10+5) \times 2 = 125$ , oppure scoprendo che su ogni riga (colonna) c'è un mattoncino grigio ogni cinque, dunque  $25:5 = 5$  mattoncini in ogni riga (colonna) e  $25 \times 5 = 125$  in tutto.
- Calcolare il numero dei bianchi per differenza ( $625 - 125 = 500$ ), oppure tenendo conto che in ogni riga ce ne sono 20 ( $20 \times 25$ ).

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposte corrette (125-500) con spiegazione chiara o disegno dell'intero cortile o di una sua schematizzazione corretta
- 3 Risposte corrette ma con spiegazione poco chiara oppure procedura corretta ma un errore di calcolo nel conteggio con spiegazione oppure una sola risposta con spiegazione
- 2 Una risposta corretta con spiegazione incompleta e una risposta mancante
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 5 - 6**

**Origine: Parma – Incontro di Neuchâtel**

**10. LA CASA NEL BOSCO** (Cat. 5, 6, 7)

La principessina Clara chiede al falegname di corte di costruirle una casa nel bosco, ma un po' speciale:

- la casa deve avere 18 aperture tra porte e finestre
- ogni vano (stanza o corridoio) deve avere due aperture verso l'esterno e due aperture verso l'interno.

**Quanti vani avrà la casa della principessina Clara?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Logica
- Geometria: figure con lati in comune - "topologia"
- Aritmetica

**Analisi del compito**

- Capire che ogni vano ha 4 aperture, ma che quelle interne sono comuni fra due o più vani
- Capire, mediante disegni, tentativi per conteggio, ragionamenti) che sia la disposizione relativa dei vani, sia il numero di pareti che il numero di aperture per parete (minore di 3) non hanno alcuna influenza
- Passare all'ambito numerico, per conteggio, per deduzione, con "l'algebra", per arrivare a trovare che il numero di aperture verso l'esterno è il doppio del numero di vani, mentre il numero di aperture verso l'interno è uguale al numero di vani e che, di conseguenza, il numero di aperture è il triplo del numero di vani: 18 aperture corrispondenti a 6 vani.

**Attribuzione dei punteggi**

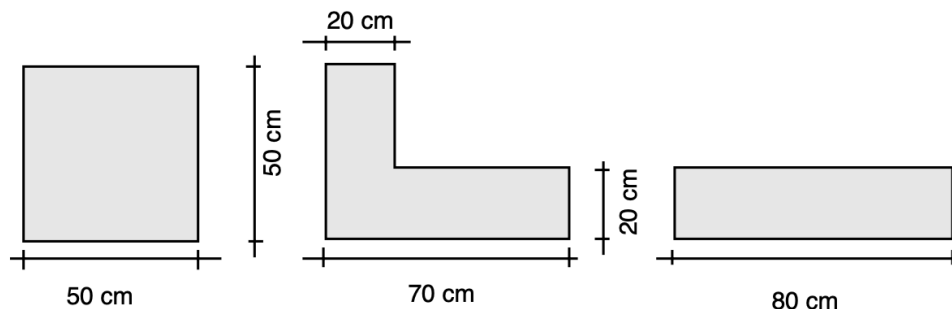
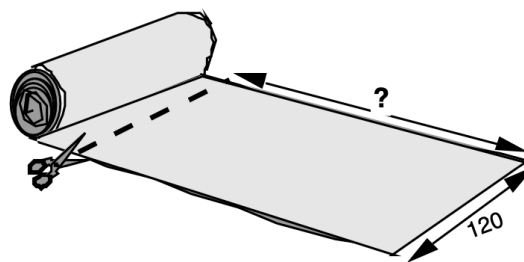
- 4 Risposta corretta (6 vani) con spiegazione del ragionamento o con i dettagli dei tentativi (successione dei disegni)
- 3 Disegno corretto di 6 vani - con o senza risposta "6"- e senza altra spiegazione
- 2 Risposta "6" con disegno, ma con uno o due errori nella ripartizione delle aperture oppure risposta "6" senza disegno né spiegazione
- 1 Tentativo di risoluzione con il rispetto di almeno una delle consegne
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 5 - 6 - 7**

**Origine: Parma – Incontro di Neuchâtel**

**11. IL SARTO** (Cat. 5, 6, 7, 8)

Un sarto deve comprare una stoffa che costa 10 euro al metro. Il pezzo di stoffa, da tagliare da un rotolo, è alto 120 cm ed è uguale al dritto e al rovescio. Al sarto ne occorre un quantitativo sufficiente per ritagliare 3 quadrati, 3 figure a forma di "elle" e 3 rettangoli con le misure seguenti:



Il sarto vuole spendere il meno possibile.

**Quanto deve essere lungo il pezzo di stoffa rettangolare che deve comprare?**

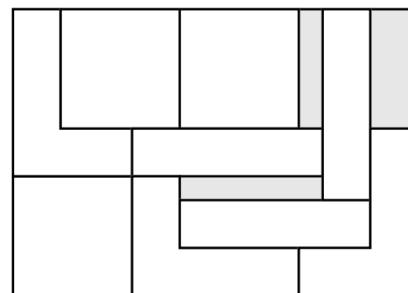
**Spiegate il vostro ragionamento e mostrate con un disegno come deve ritagliare le figure.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Geometria: pavimentazioni, aree

**Analisi del compito**

- Capire che la pezza di stoffa si può considerare un rettangolo con una dimensione nota e l'altra variabile e che le figure devono essere accostate e non sovrapposte.
- Provare con il disegno a disporre le figure nel rettangolo.
- Capire che esistono varie disposizioni corrispondenti a spese diverse.
- Cercare la disposizione migliore (170 cm) per tentativi o con un ragionamento (es. perché possano essere ritagliate tutte le figure occorrono almeno 152,5 cm di stoffa, occorre inoltre affiancare nella lunghezza della stoffa almeno tre figure e la prima disposizione possibile è  $50+50+70$ ). Si veda ad esempio la figura proposta.

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risultato ottimale (170 cm) rappresentato con un disegno ottenuto dal confronto fra varie disposizioni (si veda analisi del compito)
- 3 Risultato ottimale (170 cm) rappresentato con un unico disegno
- 2 Risultato non ottimale (180 cm) rappresentato con un disegno oppure risposta 170 cm espressa con l'area ( $170 \times 120$ )
- 1 Risultato compreso fra 190 cm e 220 cm rappresentato con un disegno o mancanza di uno o due pezzi che può portare ad esempio a 160 o risultato 152,5 ottenuto col calcolo di aree
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 5 - 6 - 7 - 8**

**Origine: Parma**

**12. I COMPLEANNI** (Cat. 6, 7, 8)

Anna, Carlo, Betty e Susy festeggiano il loro compleanno ciascuno in una stagione diversa:

- Carlo dice: "Anna è nata in primavera e Betty non è nata in autunno";
- Anna replica: "Io non sono nata in primavera e Susy non è nata in inverno";
- Susy afferma: "Anna è nata in autunno e Betty in inverno";
- Betty dichiara: "Carlo è nato in estate e Susy in autunno".

Ciascuno dice una verità e una bugia.

**In quale stagione ognuno dei quattro amici festeggia il proprio compleanno?  
Spiegate come avete ragionato.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Logica: negazione di una proposizione e suo valore di verità; ragionamento ipotetico-deduttivo

**Analisi del compito**

- Capire che la prima parte dell'affermazione di Carlo e la prima parte dell'affermazione di Anna sono in contraddizione tra loro; quindi, una sola delle due è vera
- Comprendere che si arriverebbe ad un assurdo se fosse vero che Anna è nata in primavera perché, dall'affermazione di Carlo, Betty è nata in autunno, mentre dall'affermazione di Susy, Betty è nata in inverno
- È vero quindi che Anna non è nata in primavera; dall'affermazione della stessa Anna, dedurre allora che Susy è nata in inverno e, poi, da ciò che dice Susy, che Anna è nata in autunno (Betty non può essere nata in inverno) e, infine, da ciò che dice Betty, che Carlo è nato in estate
- Concludere che Betty deve essere nata in primavera
- Verificare che le corrispondenze Anna-autunno, Carlo-estate, Betty-primavera, Susy-inverno soddisfano tutte le condizioni espresse nel testo

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Soluzione corretta con spiegazione chiara del ragionamento fatto
- 3 Soluzione corretta ma ragionamento non chiaro
- 2 Due abbinamenti giusti con spiegazione del ragionamento
- 1 Inizio di ragionamento corretto con un solo abbinamento giusto
- 0 Incomprensione del problema

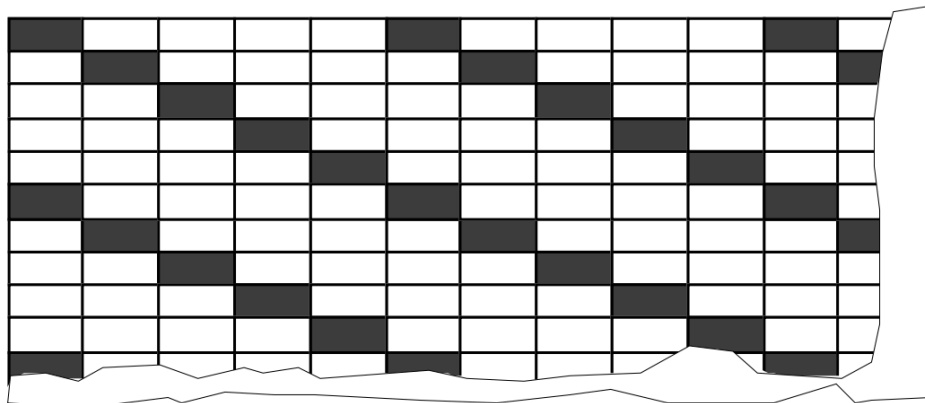
**Livello: 6 - 7 - 8**

**Origine: Siena - Incontro di Neuchâtel**

### 13. UN CORTILE PIU' BELLO (Cat. 7, 8)

La famiglia Pietra ha deciso di pavimentare il cortile rettangolare della loro casa con mattoncini. Il papà aveva pensato di farlo tutto bianco.

Alla mamma però piace di più con mattoncini di due colori e ha fatto così il disegno di un pezzo di cortile:



Il papà sa che per riprodurre con regolarità il disegno della mamma fino a ricoprire tutto il cortile occorreranno sulla diagonale esattamente 32 mattoncini grigi.

**Quanti mattoncini bianchi e quanti grigi dovrà ordinare il papà?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

#### ANALISI A PRIORI

##### Ambito concettuale

- Geometria
- Logica (principio d'induzione)
- Aritmetica

##### Analisi del compito

- Comprendere, scoprendo regolarità nelle righe o nelle colonne oppure ragionando per induzione sui rettangoli che hanno in diagonale 1, 2, 3, ecc. mattoncini, che il cortile ha come bordi, sia per la "base" che per "l'altezza" 32 mattoncini e quindi in tutto, tra grigi e bianchi, i mattoncini dovranno essere 1024.
- Calcolare il numero dei grigi riga per riga (o colonna per colonna): 7 nella prima riga, 7 nella seconda, ma 6 nella terza, quarta e quinta, e così di seguito: 7 nella 6a e 7a, 6 nella 8a, 9a e 10a, dunque  $(2 \times 7) + (3 \times 6) = 32$ , per gruppi di 5 righe;  $6 \times 32 = 192$  per le prime 30 righe; con  $2 \times 7 = 14$  per le due ultime righe. In totale: 206.
- Calcolare il numero dei bianchi per differenza ( $1024 - 206 = 818$ ), oppure facendo il conto per gruppi di 5 righe:  $6 \times (2 \times 25 + 3 \times 26) + 2 \times 25 = 818$ .

##### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposte corrette (206-818) con spiegazione chiara o disegno dell'intero cortile o di una sua schematizzazione corretta
- 3 Risposte corrette ma con spiegazione poco chiara oppure procedura corretta ma un errore di calcolo nel conteggio con spiegazione oppure una sola risposta con spiegazione
- 2 Risposte che non tengono conto della differenza da una riga all'altra (tutte le righe da 25 bianchi e 7 grigi - 800 e 224 - o 26 bianchi e 6 grigi - 832 e 192) oppure una risposta corretta con spiegazione incompleta e una risposta mancante
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 7 - 8**

**Origine: Parma – Incontro di Neuchâtel**

**14. GLI SPIEDINI** (Cat 7, 8)

Marco vuole preparare degli spiedini: utilizza dei bastoncini a due punte alternando un pezzetto di pollo, uno di salsiccia, uno di formaggio, uno di melanzana e un carciofino.

**Quanti diversi spiedini può ottenere se non vuole che i due tipi di carne risultino vicini?**

**Elencate tutti i casi possibili.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Combinatoria: permutazioni soggette a condizioni
- Geometria: simmetria

**Analisi del compito**

- Comprendere l'enunciato, capire che spiedini "diversi" hanno gli stessi ingredienti ma disposti in ordine differente.
- Attivare una procedura per contare gli spiedini attraverso una elencazione sistematica, oppure con un disegno o un grafico ad albero.
- Considerare la condizione che due ingredienti non possono essere vicini, eliminando questi casi dopo averli elencati tutti o tenendone conto durante il conteggio: restano così 72 diversi spiedini.
- Capire che c'è una condizione nascosta che dimezza il numero degli spiedini dovuta alla coincidenza di spiedini simmetrici. I casi possibili sono dunque 36, per gruppi di 6, secondo la posizione delle due qualità di carne (permutazione degli altri tre ingredienti):

**P...S, P .. S ., P S .., . P .. S, . P . S ., .. P . S**

**Attribuzione dei punteggi**

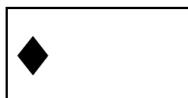
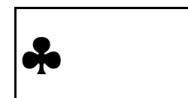
- 4 Risposta corretta (36) con elencazione di tutti i casi possibili
- 3 Risposta 72 con elencazione di tutti i casi possibili ma senza tenere conto della condizione di simmetria
- 2 Risposta 36 senza elencazione dei casi possibili oppure dimenticanza da uno a quattro casi rispetto a 36 o a 72
- 1 Risposta errata 144 che non tiene conto di alcune condizioni o elencazione solo di alcuni casi oppure 72 senza elencazione dei casi possibili
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 7 - 8**

**Origine: Parma**

**15. LA COLLANA DELLA REGINA** (Cat. 7, 8)

La terribile Regina di Cuori ha quattro splendide collane di perle che conserva ciascuna nel proprio astuccio chiuso a chiave:

*collana di Cuori**collana di Quadri**collana di Picche**collana di Fiori*

La Regina ordina ad Alice di portarle l'astuccio con la collana dal maggior numero di perle, ma senza sbagliare, altrimenti le "FARA' TAGLIARE LA TESTA!".

Alice ha queste informazioni:

- il numero totale di perle delle collane di Cuori, Quadri e Picche è 420
- il numero totale di perle delle collane di Cuori, Picche e Fiori è 390
- il numero totale di perle delle collane di Cuori, Quadri e Fiori è 400
- il numero totale di perle delle collane di Quadri, Picche e Fiori è 410.

Alice riflette attentamente e riesce a consegnare alla Regina l'astuccio giusto: la sua testa è salva!

**Indicate qual è la collana scelta da Alice e quante perle ha.**

**Spiegate come avete ragionato.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Algebra: impostazione di "equazioni" e risoluzione di "sistemi" per confronto
- Aritmetica: addizioni, divisioni

**Analisi del compito**

- Indicati con C, Q, P, F, rispettivamente il numero di perle delle collane di Cuori, Quadri, Picche, Fiori, capire che: dal confronto tra la prima e la terza informazione,  $P = F + 20$ ; dal confronto tra la seconda e la terza informazione,  $Q = P + 10$ ; dal confronto tra la terza e la quarta informazione,  $P = C + 10$ ; dal confronto tra la prima e la quarta informazione,  $C = F + 10$ .
- Di conseguenza  $Q > P > C > F$  e quindi, la collana scelta da Alice è quella di Quadri
- Per determinare Q: considerare, ad esempio, la prima informazione, ricavare dalle relazioni precedenti  $P = Q - 10$ ,  $C = P - 10 = Q - 10 - 10 = Q - 20$ , ottenere  $Q - 20 + Q + Q - 10 = 420$ , da cui  $3Q = 450$  e quindi  $Q = 150$
- Oppure: comprendere che  $420 + 390 + 400 + 410 = 3C + 3Q + 3P + 3F = 3(C + Q + P + F)$ , da cui  $C + Q + P + F = 1620/3 = 540$ ; dalla prima informazione ricavare  $F = 120$ , dalla seconda  $Q = 150$ , dalla terza  $P = 140$ , dall'ultima infine  $C = 130$ ; dedurre che Alice ha scelto la collana di Quadri

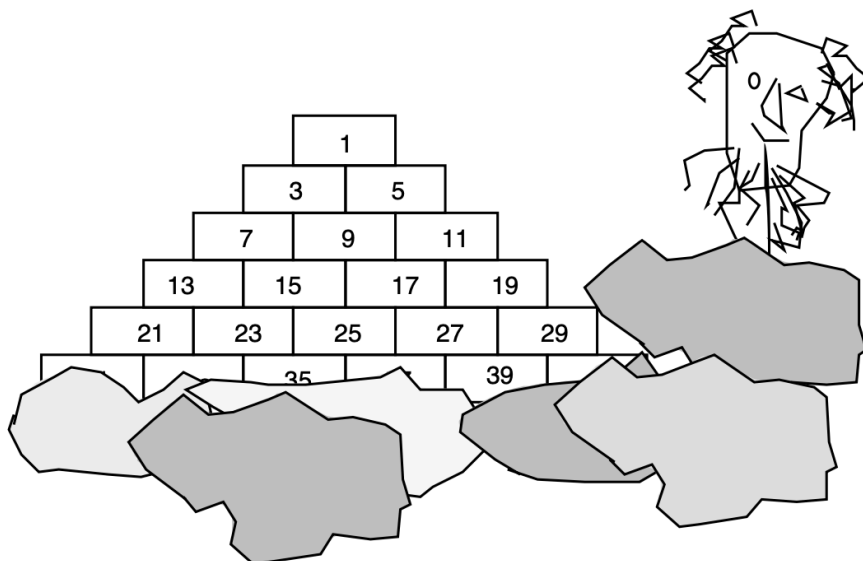
**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Le due risposte giuste con ragionamento corretto
- 3 Solo la prima risposta corretta (collana di Quadri) ben argomentata e tentativi per la seconda o procedimento corretto per entrambe le risposte, ma con errore di calcolo
- 2 Solo la prima risposta corretta e argomentata
- 1 Inizio corretto di ragionamento che mostra una certa appropriazione del problema
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 7 - 8;**

**Origine: Siena**



**16. LA PIRAMIDE** (Cat. 7,8)

“Guarda” dice San Pietro, vedendo emergere questa costruzione dalle nuvole “ecco la nuova piramide che gli uomini hanno costruito! Qualche mese fa, uno di essi – un matematico – arrivando qui mi ha detto che, qualche minuto prima della sua crisi cardiaca, aveva appena calcolato la somma dei numeri di un piano della piramide e aveva trovato 29791. Mi ha detto anche di quale piano si trattava, ma l’ho dimenticato! Alla mia età, la memoria...”.

**E voi sapreste indicare di quale piano si tratta?**

**Indicate il numero del piano a partire dall'alto.**

**Spiegate come avete trovato la vostra soluzione.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Aritmetica
- Funzioni, successioni, quadrati, cubi

**Analisi del compito**

- Provare a fare la somma dei numeri di qualche piano
- Osservare che, in questa piramide, la somma dei numeri di uno stesso piano è il cubo del numero che individua il piano stesso a partire dall'alto
- Comprendere che 29791 è una potenza con esponente tre, ricercarne la base sia per tentativi sia per estrazione di radice cubica, e trovare 31

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta corretta (31-esimo piano) con spiegazione
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta
- 2 Ragionamento corretto con un errore di calcolo
- 1 Inizio corretto di ragionamento (scoperta parziale di regolarità)
- 0 Incomprensione del problema

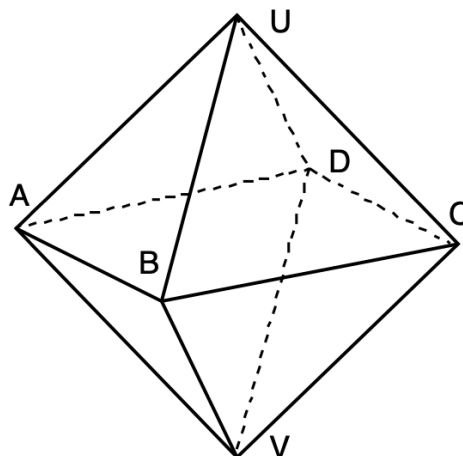
**Livello: 7 – 8**

**Origine: Svizzera romanda - Incontro di Neuchâtel**

**17. L'OTTAEDRO** (Cat. 8)

Il solido disegnato qui a fianco è un ottaedro: tutte le sue facce sono triangoli equilateri.

**Indicate in modo chiaro quali e quanti triangoli, oltre quelli delle facce, si possono ottenere unendo tre vertici dell'ottaedro.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

- Combinatoria: inventario sistematico secondo un criterio stabilito
- Geometria: visualizzazione spaziale

**Analisi del compito**

- Determinare in modo sistematico tutte le possibili terne che si ottengono combinando a tre a tre i sei vertici dell'ottaedro ed escludere poi le terne corrispondenti alle facce. Individuare così i seguenti 12 triangoli (non equilateri): ABC – ABD – BCD – CDA – AVC – AVU – ACU - CVU - BVD – BVU – BDU - BDV
- Oppure: fissare l'attenzione progressivamente su ciascun spigolo dell'ottaedro, considerare i triangoli che hanno tale spigolo come uno dei lati, escludendo le facce dell'ottaedro, ed eliminare i triangoli già conteggiati
- Oppure: ragionare per sezioni piane. I piani passanti per tre vertici dell'ottaedro e che non contengono alcuna faccia sono tre e determinano, per sezione, i quadrati ABCD – BVDU – AUCV; ogni quadrato permette di costruire quattro triangoli (non equilateri) e si ottengono di nuovo i 12 triangoli elencati sopra

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 I 12 triangoli indicati in modo chiaro
- 3 11 triangoli differenti indicati oppure 12 o 13 triangoli con una ripetizione
- 2 Da 7 a 10 triangoli differenti indicati
- 1 Fino a 6 triangoli differenti indicati
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 8**

**Origine: Siena**